

2.8 Interféromètre de Sagnac

Note historique. Georges Sagnac (1869–1928) réalise en 1913 un interféromètre en anneau monté sur un plateau tournant, dans l'espoir de mettre en évidence l'éther. La relativité rend compte de ses résultats : Max von Laue avait prévu l'effet dès 1911. Michelson et Gale mesurent en 1925 la rotation de la Terre avec un anneau long de plusieurs centaines de mètres. Les gyromètres à laser (années 1960) puis à fibre optique (années 1970) en font aujourd'hui le capteur de rotation des centrales inertielles.

2.8.1 Principe

Interféromètre à **division d'amplitude** à deux ondes et à **chemin commun** : la séparatrice divise le faisceau en deux ondes qui parcourent le **même circuit fermé** (ici trois miroirs) dans des sens **opposés**, puis se recombinent sur la séparatrice. Les deux ondes traversent les mêmes éléments aux mêmes endroits : tant que le dispositif est immobile, leur différence de marche est nulle **pour toutes les longueurs d'onde**, sans compensatrice, et les vibrations ou les dérives thermiques lentes agissent de la même façon sur les deux ondes. Seuls des effets **non réciproques** comme la rotation créent un déphasage.

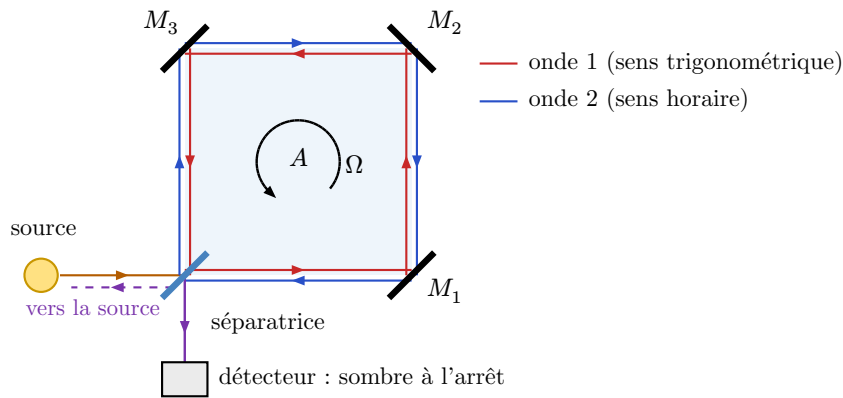


Fig. 23. – Interféromètre de Sagnac : les ondes 1 et 2 parcourent le même circuit en sens opposés (les deux trajets sont dessinés légèrement décalés). La rotation Ω du dispositif déphase les deux ondes.

2.8.2 Effet Sagnac

Considérons un circuit circulaire de rayon R qui tourne à la vitesse angulaire Ω dans le référentiel du laboratoire. Pendant le trajet de la lumière, la séparatrice B s'est déplacée en B' : l'onde qui tourne dans le même sens que le dispositif doit parcourir un peu plus d'un tour, l'onde contra-rotative un peu moins.

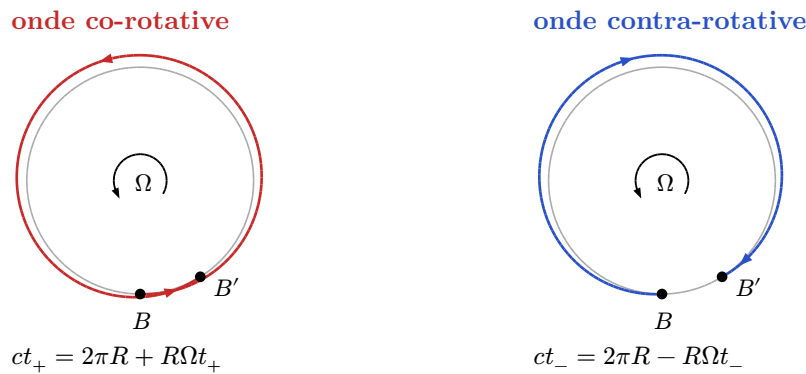


Fig. 24. – Parcours des deux ondes dans un circuit en rotation : l'onde co-rotative rattrape la séparatrice qui s'éloigne ($B \rightarrow B'$), l'onde contra-rotative la rencontre plus tôt (déplacement exagéré).

Avec $ct_{\pm} = 2\pi R \pm R\Omega t_{\pm}$, on obtient $t_{\pm} = 2\pi R / (c \mp R\Omega)$ et, pour $R\Omega \ll c$,

$$\Delta t = t_+ - t_- = \frac{4\pi R^2 \Omega}{c^2 - R^2 \Omega^2} \simeq \frac{4A\Omega}{c^2}, \quad (28)$$

où $A = \pi R^2$ est l'aire du circuit. La différence de marche est $\delta = c\Delta t = 4A\Omega/c$, d'où le déphasage $\Delta\varphi = 2\pi\delta/\lambda$.

Effet Sagnac

$$\Delta\varphi = \frac{8\pi A\Omega}{\lambda c} \quad (29)$$

Le déphasage est proportionnel à l'aire A du circuit et à la vitesse de rotation Ω . Le calcul se généralise à un circuit de forme quelconque (on remplace $A\Omega$ par $\mathbf{A} \cdot \boldsymbol{\Omega}$), indépendamment du centre de rotation et de l'indice du milieu traversé. Pour un circuit à N tours, A est remplacé par NA .

Remarque. Sagnac voyait dans ce déphasage une preuve de l'éther. Ce n'est pas le cas : la relativité restreinte prévoit le même résultat, comme von Laue l'avait montré en 1911.

2.8.3 Sorties du dispositif

Avec une séparatrice idéale de coefficients $t = 1/\sqrt{2}$ et $r = j/\sqrt{2}$, l'onde 1 est transmise puis réfléchi, ou transmise deux fois, et l'onde 2 réfléchi puis transmise, ou réfléchi deux fois. Vers le détecteur, les amplitudes sont t^2 et $r^2 = -t^2$: elles sont en opposition de phase. Vers la source, elles valent toutes deux rt et s'ajoutent.

Éclairements du Sagnac

$$I_D = I_0 \sin^2\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right), \quad I_S = I_0 \cos^2\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right), \quad I_D + I_S = I_0 \quad (30)$$

À l'arrêt ($\Delta\varphi = 0$), tout retourne vers la source et le détecteur est **sombre**, pour toutes les longueurs d'onde : même en lumière blanche, la frange centrale est noire et achromatique.

Point de fonctionnement. Au voisinage de $\Delta\varphi = 0$, $I_D \simeq I_0 \Delta\varphi^2/4$: la réponse est quadratique et la sensibilité nulle. Les gyromètres introduisent un déphasage de biais de $\pm\pi/2$ (modulateur de phase à une extrémité de la bobine) pour travailler à flanc de frange, où la réponse est linéaire.

2.8.4 Applications et ordres de grandeur

Gyromètre à fibre optique. Pour une bobine de longueur L et de diamètre D , $NA = LD/4$ et $\Delta\varphi = 2\pi LD\Omega/(\lambda c)$. Avec $L = 1$ km, $D = 10$ cm et $\lambda = 1,55 \mu\text{m}$, on trouve $\Delta\varphi \simeq 2,4 \cdot 10^{-2}$ rad pour $\Omega = 1^\circ/\text{s}$, et environ 10^{-4} rad pour la rotation de la Terre ($15^\circ/h$).

Gyromètre à laser. Dans une cavité laser en anneau, les deux ondes contra-propagatives oscillent à des fréquences légèrement différentes, et le battement vaut $\Delta\nu = 4A\Omega/(\lambda P)$, où P est le périmètre : la mesure d'un déphasage devient une mesure de fréquence.

Navigation et géophysique. Les gyromètres à fibre et à laser équipent les avions, les sous-marins et les lanceurs (centrales inertielles). Des anneaux laser de plusieurs mètres de côté mesurent les variations de la rotation de la Terre.

En résumé : le Sagnac est un interféromètre à chemin commun parcouru en sens opposés : à l'arrêt $\delta = 0$ pour toute longueur d'onde (sortie sombre vers le détecteur), et une rotation Ω crée le déphasage $\Delta\varphi = 8\pi A\Omega/(\lambda c)$, d'où le gyromètre.

Pour aller plus loin. G. Sagnac, *Comptes rendus de l'Académie des sciences* 157, 708 (1913) ; E. J. Post, *Reviews of Modern Physics* 39, 475 (1967) ; H. C. Lefèvre, *The Fiber-Optic Gyroscope*, Artech House.