

□ Interféromètre stellaire de Michelson

Note historique. Hippolyte Fizeau propose en 1868 de mesurer le diamètre angulaire des étoiles par interférences. Michelson applique l'idée en 1891 aux satellites de Jupiter, puis, avec Pease en 1920, à Bételgeuse sur le télescope de 2,5 m du mont Wilson : premier diamètre stellaire mesuré.

5.1.1 Principe

Interférences par **division du front d'onde**, comme les fentes d'Young : l'étoile, à l'infini, envoie un front d'onde quasi plan. Les miroirs extérieurs M_1 et M_2 , écartés de D , en prélèvent deux portions et, via M_3 et M_4 , envoient les deux faisceaux dans l'objectif d'un télescope, où ils interfèrent. Les trajets M_1M_3 et M_2M_4 ont la même longueur : pour une étoile dans l'axe, la différence de marche est nulle.

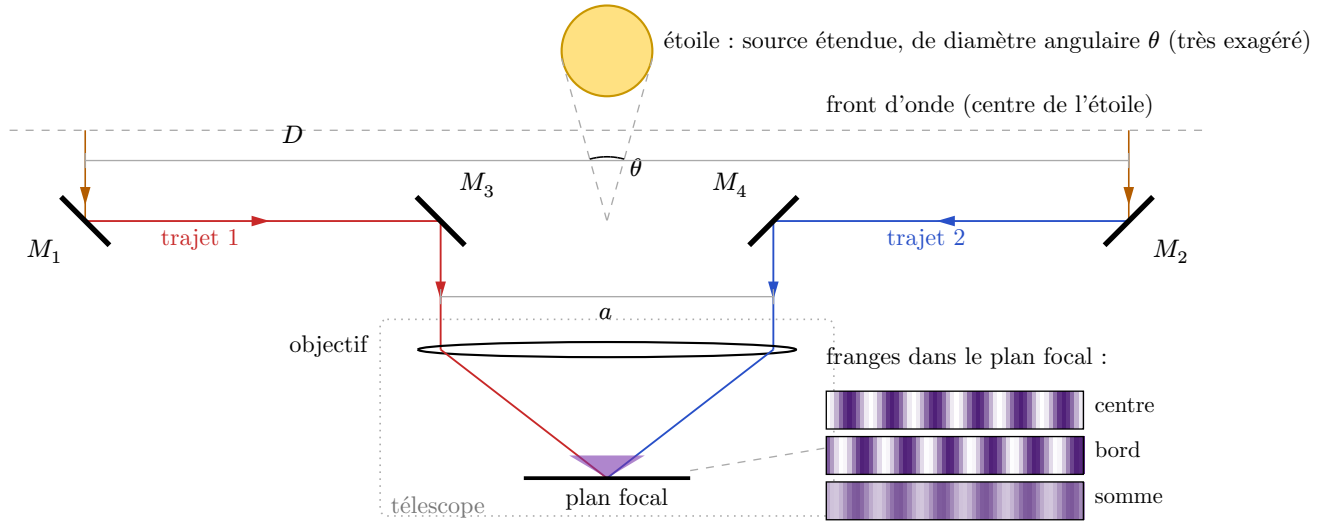


Fig. 46. – Interféromètre stellaire de Michelson (vue de dessus, schématique). L'étoile n'est pas ponctuelle : chaque point donne son propre système de franges, décalé selon sa direction. Leur somme a un contraste réduit, d'autant plus que D est grand.

5.1.2 Deux distances, deux rôles

La distance a entre M_3 et M_4 est fixe : c'est elle qui joue le rôle de la distance entre fentes d'Young et fixe l'interfrange dans le plan focal de l'objectif, de focale f :

$$i = \frac{\lambda f}{a}. \quad (55)$$

La distance D entre M_1 et M_2 se règle en écartant symétriquement les miroirs extérieurs. Elle ne change pas l'interfrange mais la sensibilité du montage à la taille de l'étoile : c'est la *base* de l'interféromètre.

5.1.3 Décalage des franges selon la direction

Pour un point de l'étoile vu dans la direction α (petit angle par rapport à l'axe, dans le plan des miroirs), le front d'onde atteint M_1 et M_2 avec un retard relatif $\delta = D\alpha$. Les trajets suivants étant égaux, cette différence de marche s'ajoute à celle de la position x dans le plan focal :

$$I_\alpha(x) = 2I_0 \left(1 + \cos \left(2\pi \left(\frac{x}{i} + \frac{D\alpha}{\lambda} \right) \right) \right). \quad (56)$$

Un point hors de l'axe donne donc les mêmes franges, décalées de $\Delta x = iD\alpha/\lambda$: deux points de l'étoile donnent des systèmes de franges décalés l'un par rapport à l'autre.

5.1.4 Contraste des franges

Les points d'une étoile sont incohérents entre eux : on additionne les éclaircissements de ces systèmes de franges. Si $B(\alpha)$ est la brillance angulaire de l'étoile, normalisée par $\int B(\alpha) d\alpha = 1$,

$$I(x) = 2I_0 \int B(\alpha) \left[1 + \cos \left(2\pi \left(\frac{x}{i} + \frac{D\alpha}{\lambda} \right) \right) \right] d\alpha = 2I_0 \left[1 + C \cos \left(2\pi \frac{x}{i} + \varphi \right) \right], \quad (57)$$

$$\text{avec } Ce^{j\varphi} = \int B(\alpha) e^{j2\pi D\alpha/\lambda} d\alpha \quad (j^2 = -1). \quad (58)$$

Le contraste $C = (I_{\max} - I_{\min}) / (I_{\max} + I_{\min})$ (ou *visibilité* des franges) est donc le module de la transformée de Fourier de B à la fréquence spatiale D/λ : c'est le théorème de Van Cittert-Zernike. Trois cas :

Deux étoiles identiques, séparées de $\Delta\theta$: B est la somme de deux pics en $\pm\Delta\theta/2$, d'où $Ce^{j\varphi} = \cos(\pi D\Delta\theta/\lambda)$ et $C = |\cos(\pi D\Delta\theta/\lambda)|$, qui s'annule pour $D = \lambda/(2\Delta\theta)$.

Bande uniforme de largeur angulaire θ ($B = 1/\theta$ sur $[-\theta/2, \theta/2]$) :

$$Ce^{j\varphi} = \frac{1}{\theta} \int_{-\theta/2}^{\theta/2} e^{j2\pi D\alpha/\lambda} d\alpha = \frac{\sin(\pi D\theta/\lambda)}{\pi D\theta/\lambda}, \quad (59)$$

donc $C = |\text{sinc}(\pi D\theta/\lambda)|$, qui s'annule pour $D = \lambda/\theta$.

Disque uniforme de diamètre angulaire θ : le même calcul en deux dimensions (la largeur du disque dans la direction perpendiculaire à la base vaut $\sqrt{1 - (2\alpha/\theta)^2}$ à un facteur près) fait apparaître une fonction de Bessel.

Disque uniforme

$$C(D) = \left| \frac{2J_1(\pi\theta D/\lambda)}{\pi\theta D/\lambda} \right| \quad (60)$$

où J_1 est la fonction de Bessel d'ordre 1. La première annulation, en $\pi\theta D/\lambda \simeq 3,83$, donne $D = 1,22 \lambda/\theta$, d'où le diamètre angulaire θ de l'étoile.

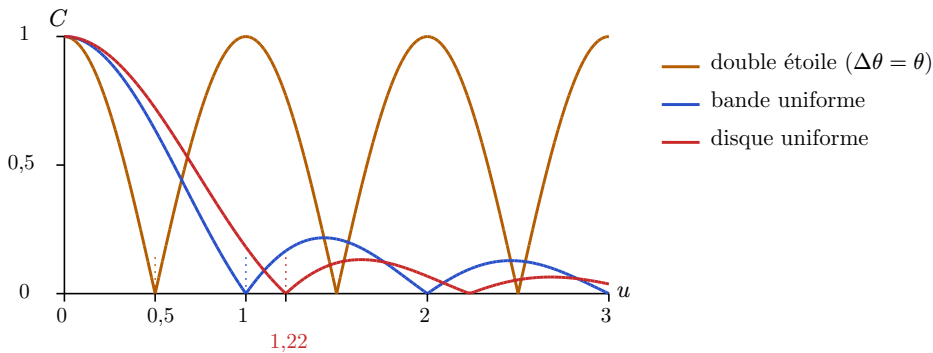


Fig. 47. – Contraste en fonction de $u = D\theta/\lambda$: plus l'étoile est étendue, plus le contraste chute vite avec la base D .

Application à Bételgeuse. Michelson et Pease observent à $\lambda \simeq 575$ nm la disparition des franges pour $D \simeq 3,1$ m, soit $\theta = 1,22 \lambda/D \simeq 2,3 \cdot 10^{-7}$ rad, c'est-à-dire environ 0,047 seconde d'arc.

Limites. Le montage doit rester stable à une fraction de longueur d'onde sur plusieurs mètres, et la turbulence atmosphérique brouille les franges : la base reste de quelques mètres. Pour aller plus loin, on sépare davantage les télescopes (interférométrie à longue base).

Pour aller plus loin. A. A. Michelson et F. G. Pease, *Astrophysical Journal* 53, 249 (1921) ; M. Born et E. Wolf, *Principles of Optics*, Cambridge University Press ; E. Hecht, *Optique*, Pearson.