

Les différents interféromètres

Fiche de synthèse · Aloïs Coquillard

Un interféromètre combine deux ondes ou plus issues d'une même source et mesure l'intensité de leur superposition, qui dépend de leur déphasage $\varphi = 2\pi\delta/\lambda$: une différence de marche δ de l'ordre de la longueur d'onde suffit à passer d'un maximum à un minimum. Les franges ne sont visibles que si les ondes sont cohérentes entre elles, c'est-à-dire si δ reste inférieure à la longueur de cohérence de la source et si la source est assez petite (cohérence spatiale). Les montages se classent selon la manière de produire les ondes : division du front d'onde, division d'amplitude, ondes multiples ; viennent ensuite les interféromètres à ondes de matière et les grands instruments d'astronomie. Une page de comparaison termine le document.

Sommaire

1 Interféromètres à division du front d'onde	3
Principe	3
1.2 Fentes d'Young	4
1.3 Miroirs de Fresnel	5
1.4 Biprisme de Fresnel	6
1.5 Miroir de Lloyd	7
1.6 Bilentilles de Billet	8
1.7 Interféromètre de Rayleigh	9
1.8 Expérience de Fresnel-Arago : interférences et polarisation	10
2 Interféromètres à division d'amplitude (deux ondes)	11
2.1 Principe	11
2.2 Coin d'air et anneaux de Newton	11
2.3 Bulle de savon	13
2.4 Interféromètre de Fizeau	15
2.5 Interféromètre de Jamin	16
2.6 Interféromètre de Michelson	18
2.7 Interféromètre de Mach-Zehnder	20
2.8 Interféromètre de Sagnac	22
2.9 Variante du Michelson : Twyman-Green	24
2.10 Objectifs interférométriques de Mirau et de Linnik	25
2.11 Interféromètres à cisaillement : Wollaston et Nomarski	25
2.12 Contraste de phase de Zernike	26
2.13 Interféromètres pour ondes centimétriques et acoustiques	26
2.14 Tomographie par cohérence optique (OCT)	26
2.15 Holographie	26
2.16 Interférométrie hétérodyne	26
2.17 Modulateurs électro-optiques : effets Kerr et Pockels	26
3 Interféromètres à ondes multiples	27
3.1 Principe	27
3.2 Réseau de diffraction (division du front d'onde)	27
3.3 Interféromètre de Fabry-Pérot	30
3.4 Filtre interférométrique	32
3.5 Multicouches diélectriques : miroirs de Bragg et traitements antireflets	33
3.6 Réseau de Bragg sur fibre optique	33
3.7 Échelon de Michelson	33
3.8 Lame de Lummer-Gehrcke	35
3.9 Fabry-Pérot confocal	35

3.10 Interféromètre de Gires-Tournois	35
3.11 Filtre de Lyot	35
4 Interféromètres quantiques	36
4.1 Principe	36
4.2 Fentes d'Young pour les particules	36
4.3 Interféromètre de Ramsey	36
4.4 Biprisme à électrons de Möllenstedt	37
4.5 Effet Aharonov-Bohm	37
4.6 Interférences de Josephson : le SQUID	38
4.7 Interféromètre de Bonse-Hart (rayons X)	38
4.8 Interféromètre à neutrons	39
4.9 Interférence à deux photons : Hong-Ou-Mandel	39
4.10 Interférométrie atomique	40
4.11 Interférences de condensats de Bose-Einstein	40
4.12 Interférométrie de molécules (Talbot-Lau)	41
4.13 Interféromètres électroniques en matière condensée	41
4.14 Photon unique : choix retardé et mesure sans interaction	42
5 Grands interféromètres :	
astronomie et ondes gravitationnelles	43
5.1 Interféromètre stellaire de Michelson	43
5.2 Interféromètre de Hanbury Brown-Twiss	45
5.3 Interférométrie radio à longue base (VLBI)	45
5.4 LIGO	46
6 Conclusion : tableau comparatif	48
7 Annexes	48
7.1 Déphasage induit par une réflexion	48

Interféromètres à division du front d'onde

□ Principe

Deux ondes ne donnent des franges stables que si elles sont **cohérentes**. Deux sources lumineuses distinctes ne le sont pas, car leurs émissions sont indépendantes : on part donc d'une seule source primaire S et l'on en fabrique deux sources secondaires S_1 et S_2 . Dans les dispositifs à **division du front d'onde**, on prélève pour cela deux zones différentes du même front d'onde, par des fentes, des miroirs, des prismes ou des lentilles. On les oppose à la division d'amplitude, où l'on sépare en deux l'amplitude de chaque rayon, par une lame ou une séparatrice.

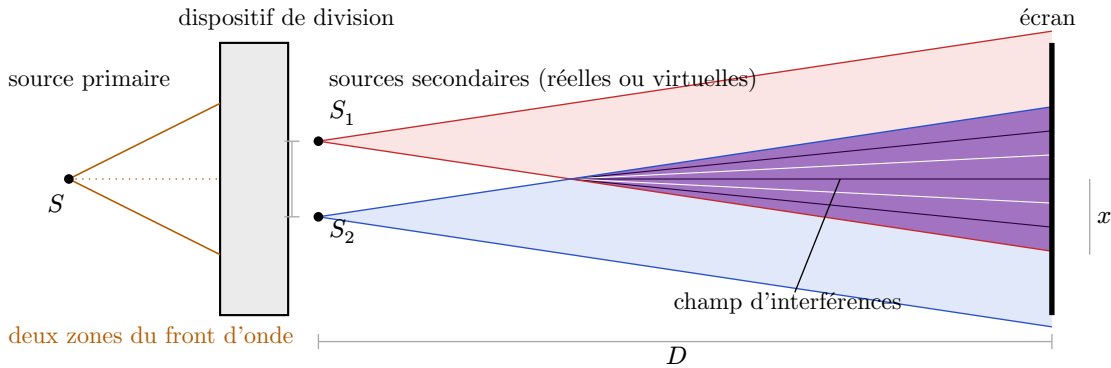


Fig. 1. – Principe commun à tous les dispositifs à division du front d'onde : les sources secondaires S_1 et S_2 , distantes de a , interfèrent dans la zone de recouvrement de leurs faisceaux.

Pour deux sources ponctuelles cohérentes de même intensité, distantes de a , la différence de marche en un point M d'abscisse x d'un écran situé à la distance D est $\delta = ax/D$ pour $x, a \ll D$. L'éclairement vaut

$$I(x) = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi ax}{\lambda D} \right) \right), \quad (1)$$

soit des franges rectilignes équidistantes, d'interfrange $i = \lambda D/a$, avec une frange centrale en $x = 0$ (où $\delta = 0$). Les dispositifs ne diffèrent que par la façon d'obtenir S_1 et S_2 , c'est-à-dire par la valeur de a :

Dispositif	Séparation des deux zones du front d'onde	Distance a
Fentes d'Young	diffraction par deux fentes fines	écartement des fentes
Miroirs de Fresnel	réflexion sur deux miroirs presque coplanaires, d'angle α	$2\alpha r$
Biprisme de Fresnel	réfraction par deux prismes d'angle A et d'indice n	$2d(n-1)A$
Miroir de Lloyd	réflexion rasante : la source et son image	$2h$
Bilentes de Billet	deux demi-lentilles écartées de e , de grandissement γ	$e(1 + \gamma)$
Stellaire de Michelson	deux miroirs prélevant le front d'onde d'une étoile	base D

Franges non localisées. Elles s'observent partout dans le champ d'interférences, où les deux faisceaux se recouvrent, sans lentille.

Cohérence spatiale. Chaque point d'une source étendue donne son propre système de franges, décalé des autres : si la fente source est trop large, les franges se brouillent. Elle doit être fine et parallèle aux franges, au prix de la luminosité.

Cohérence temporelle. La source doit être quasi monochromatique : en lumière blanche, il ne reste qu'une frange centrale blanche entourée de quelques franges colorées.

En résumé : tous les dispositifs à division du front d'onde se ramènent à deux sources secondaires cohérentes distantes de a , d'interfrange $i = \lambda D/a$; ils diffèrent par la façon d'obtenir a . Les franges sont non localisées, mais la fente source doit rester fine.

1.2 Fentes d'Young

Note historique. Thomas Young (1773–1829) met en évidence dès 1801 des franges d'interférences avec la lumière du Soleil (d'abord avec une simple carte fine), puis décrit en 1803 la version à deux fentes. Ces expériences plaident pour la nature ondulatoire de la lumière face à la théorie corpusculaire de Newton. Il en déduit des longueurs d'onde de l'ordre du demi-micromètre pour le visible.

1.2.1 Principe

Interférences par **division du front d'onde** : une source S (fente fine) éclaire un écran opaque percé de deux fentes fines parallèles S_1 et S_2 , distantes de a . Ces deux fentes se comportent comme des sources secondaires *cohérentes*, puisqu'elles prélèvent deux parties d'un même front d'onde. Leurs ondes se superposent sur un écran d'observation placé à la distance D de l'écran percé.

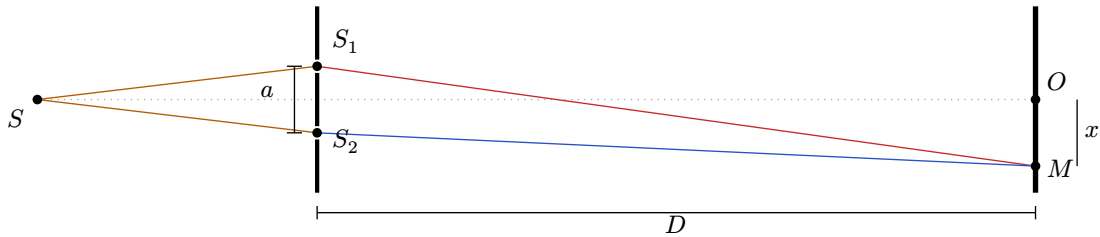


Fig. 2. – Fentes d'Young : S_1 et S_2 sont des sources secondaires cohérentes (échelles non respectées).

1.2.2 Différence de marche et interférence

On suppose S sur la médiatrice de S_1S_2 , de sorte que S_1 et S_2 vibrent en phase. En un point M de l'écran d'abscisse x (comptée depuis la médiatrice, perpendiculairement aux fentes), avec S_1 en $-\frac{a}{2}$ et S_2 en $+\frac{a}{2}$, on a $(S_1M)^2 = D^2 + (x + \frac{a}{2})^2$ et $(S_2M)^2 = D^2 + (x - \frac{a}{2})^2$, donc $(S_1M)^2 - (S_2M)^2 = 2ax$ et la différence de marche

$$\delta = S_1M - S_2M = \frac{(S_1M)^2 - (S_2M)^2}{S_1M + S_2M} = \frac{2ax}{S_1M + S_2M} \simeq \frac{ax}{D} \quad (2)$$

pour $x, a \ll D$, puisque $S_1M + S_2M \simeq 2D$. Si I_0 est l'éclairement d'une seule fente, l'éclairement résultant vaut

$$I(x) = 2I_0 \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda}\right) \right) = 2I_0 \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi ax}{\lambda D}\right) \right). \quad (3)$$

Les franges brillantes vérifient $\delta = p\lambda$, où l'entier p est l'ordre d'interférence, soit $x_p = p\lambda D/a$. Les franges sombres correspondent à $\delta = (p + 1/2)\lambda$.

Interfrange

$$i = \frac{\lambda D}{a} \quad (4)$$

Les franges sont rectilignes, parallèles aux fentes et équidistantes. Elles sont *non localisées* : on les observe partout où les deux faisceaux se recouvrent, sans lentille. Ordre de grandeur : $\lambda = 550 \text{ nm}$, $a = 0,5 \text{ mm}$ et $D = 1 \text{ m}$ donnent $i = 1,1 \text{ mm}$.

Remarque. Si chaque fente a une largeur e , sa diffraction module l'éclairement par une enveloppe en $\text{sinc}^2(\pi ex/(\lambda D))$: les franges d'interférences sont observées dans le lobe central de diffraction.

1.2.3 Cohérence et contraste

Cohérence spatiale. Si la source est une fente de largeur b , située à la distance d_0 de l'écran percé, chaque point de la source donne un système de franges décalé par rapport aux autres. Leur superposition fait chuter le contraste, qui vaut $C = |\text{sinc}(\pi ab/(\lambda d_0))|$ et s'annule pour $b = \lambda d_0/a$: pour des franges nettes, il faut $b \ll \lambda d_0/a$, ce qui oblige à affiner la fente source au prix d'une perte de luminosité. La fente source doit aussi être parallèle aux fentes d'Young.

Cohérence temporelle. Avec une source non monochromatique, de largeur spectrale $\Delta\lambda$, les franges se brouillent quand la différence de marche dépasse la longueur de cohérence $L_c = \lambda^2/\Delta\lambda$. En lumière blanche, on n'observe que quelques franges colorées autour de la frange centrale $p = 0$, qui reste blanche car elle est achromatique.

Pour aller plus loin. J.-P. Pérez, *Optique : fondements et applications*, Dunod ; E. Hecht, *Optique*, Pearson ; Th. Young, *Philosophical Transactions of the Royal Society* (1804).

1.3 Miroirs de Fresnel

Note historique. Augustin Fresnel (1788–1827) décrit ses deux miroirs en 1816, parmi les expériences qui l’amènent à défendre la théorie ondulatoire : les franges viennent de deux images virtuelles d’une même fente, par simple réflexion.

1.3.1 Principe

Interférences par **division du front d’onde** : la lumière d’une fente source S est séparée en deux faisceaux par deux miroirs plans d’arête commune O , dont les faces réfléchissantes forment un angle $\pi - \alpha$, avec α très petit. La fente S est située à la distance r de l’arête. Chaque miroir en donne une image virtuelle, S_1 et S_2 : toutes deux sont à la distance r de O et sont vues depuis O sous l’angle 2α , d’où leur distance $a = 2\alpha r$. Comme S_1 et S_2 proviennent de la même source, elles sont cohérentes ; les interférences s’observent là où les deux faisceaux se recouvrent, dans le *champ d’interférences*.

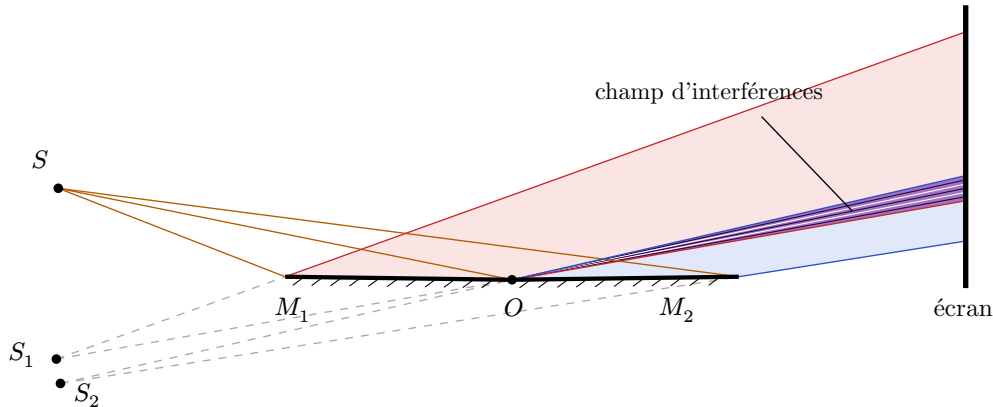


Fig. 3. – Principe (angles et échelle verticale exagérés).

1.3.2 Franges d’interférences

En un point de l’écran d’abscisse x (comptée perpendiculairement aux franges, depuis la médiatrice de S_1S_2), la différence de marche vaut $\delta = ax/D$ pour $x, a \ll D$, où $D = r + d$ est la distance des sources à l’écran. Les franges brillantes vérifient $\delta = p\lambda$, d’où des franges rectilignes, parallèles à l’arête, d’interfrange

$$i = \frac{\lambda D}{a} = \frac{\lambda(r + d)}{2\alpha r} \quad (5)$$

Le champ d’interférences est un secteur d’ouverture angulaire 2α issu de O : sur l’écran, sa largeur est de l’ordre de $2\alpha d$, ce qui limite le nombre de franges observables à $N \sim 2\alpha d/i$.

Remarque. La fente source doit être parallèle à l’arête et assez fine (cohérence spatiale), au prix de la luminosité.

1.3.3 Montage

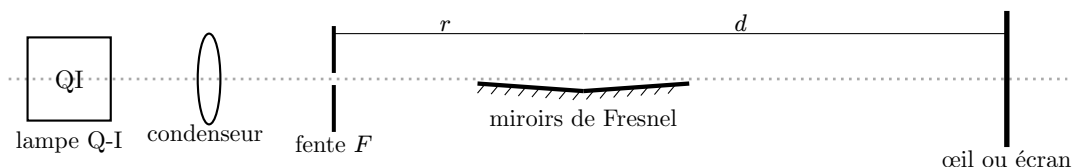


Fig. 4. – Montage sur le banc : lampe Q-I et condenseur sur la fente, miroirs en incidence rasante.

1.3.4 Mesure de l’angle entre les miroirs

On mesure la longueur L occupée par N franges, soit $i = L/N$. D’après (5) :

$$\alpha = \frac{\lambda(r + d)}{2ri} \quad (6)$$

Ordre de grandeur attendu : $\alpha \sim 10^{-3}$ rad.

Pour aller plus loin. J.-P. Pérez, *Optique : fondements et applications*, Dunod ; E. Hecht, *Optique*, Pearson ; S. Houard, *Optique : une approche expérimentale et pratique*, De Boeck.

1.4 Biprisme de Fresnel

Note historique. Augustin Fresnel (1788–1827) imagine le biprisme, voisin de ses miroirs, où les faisceaux sont séparés par réfraction : les franges sont plus lumineuses qu’avec les trous d’Young.

1.4.1 Principe

Interférences par **division du front d’onde** : le biprisme est formé de deux prismes identiques, accolés par leur base, d’angle au sommet A très petit (de l’ordre de $0,5^\circ$) et d’indice n . Une fente source S , parallèle à l’arête et située à la distance d du biprisme, est vue à travers chaque demi-prisme comme une source virtuelle : un prisme mince dévie les rayons d’un angle $(n - 1)A$ vers sa base, donc vers l’axe. Les deux sources virtuelles S_1 et S_2 sont cohérentes (même source primaire) et distantes de $a = 2d(n - 1)A$.

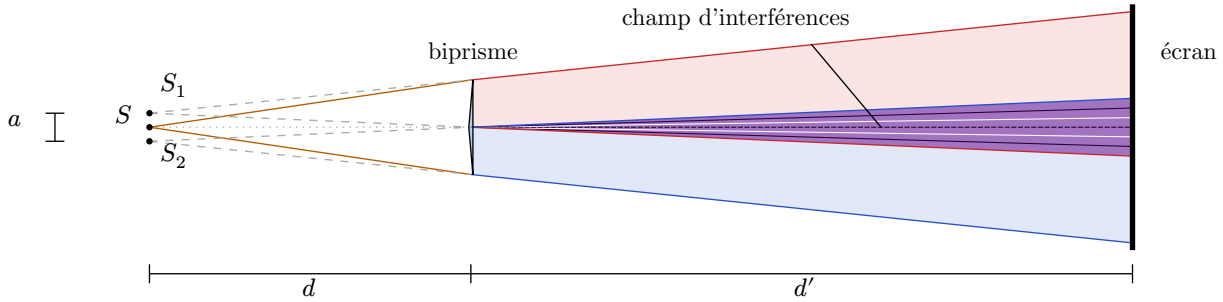


Fig. 5. – Biprisme de Fresnel (angle A et déviations très exagérés) : à travers les deux demi-prismes, la source S est vue en S_1 et S_2 ; les deux faisceaux se recouvrent dans le champ d’interférences.

1.4.2 Franges d’interférences

Les deux faisceaux se recouvrent dès la sortie du biprisme, dans un secteur d’ouverture angulaire $2(n - 1)A$ issu de l’arête : c’est le *champ d’interférences*. Sur un écran placé à la distance d' du biprisme, soit à $D = d + d'$ des sources, on retrouve le calcul des fentes d’Young : $\delta = ax/D$ pour $x, a \ll D$, et des franges rectilignes, parallèles à l’arête, d’interfrange

Interfrange

$$i = \frac{\lambda D}{a} = \frac{\lambda(d + d')}{2d(n - 1)A} \quad (7)$$

Ordre de grandeur : pour $n = 1,5$, $A = 0,5^\circ$, $d = 20$ cm, $d' = 80$ cm et $\lambda = 550$ nm, on trouve $a \simeq 1,7$ mm et $i \simeq 0,3$ mm.

Sur l’écran, le champ a pour largeur $\ell = 2(n - 1)Ad'$, ce qui limite le nombre de franges observables à $N = \ell/i = 4dd'(n - 1)^2 A^2 / (\lambda(d + d'))$, soit une vingtaine ici.

1.4.3 Dépendance en longueur d’onde et lumière blanche

L’interfrange dépend de λ de deux façons : directement ($i \propto \lambda$) et par l’indice du verre, qui intervient dans a : $i(\lambda) = \frac{\lambda D}{2d(n(\lambda) - 1)A}$. Contrairement aux miroirs de Fresnel, où $a = 2\alpha r$ est géométrique, la dispersion du verre joue ici un rôle, mais secondaire : pour un verre usuel, $n - 1$ varie d’environ 3 % entre 400 et 700 nm, alors que λ varie de 75 %. Ainsi i est quasi proportionnel à λ .

En lumière blanche, chaque longueur d’onde forme son propre système de franges. En $x = 0$, on a $\delta = 0$ pour toutes les longueurs d’onde : la frange centrale ($p = 0$) est *blanche*. Les franges d’ordre $p \neq 0$ sont en $x_p(\lambda) = p\lambda D/a$: le bleu est plus proche du centre que le rouge, d’où des franges irisées, bleues côté centre et rouges côté extérieur. Quand $|p|$ augmente, les couleurs se décalent de plus d’un interfrange et se brouillent en un blanc d’ordre supérieur : les franges disparaissent dès que $|\delta| = |p| \lambda$ dépasse $L_c = \lambda^2/\Delta\lambda$, soit $|p| \lesssim 2$ pour $\Delta\lambda \sim 300$ nm.

En résumé : en lumière blanche, frange centrale blanche entourée de deux ou trois franges irisées de chaque côté ; avec une source quasi monochromatique, tout le champ (une vingtaine de franges) est visible.

Pour aller plus loin. J.-P. Pérez, *Optique : fondements et applications*, Dunod ; E. Hecht, *Optique*, Pearson ; S. Houard, *Optique : une approche expérimentale et pratique*, De Boeck.

1.5 Miroir de Lloyd

Note historique. Humphrey Lloyd (1800–1881), physicien irlandais, imagine en 1834 un dispositif à un seul miroir. Il y observe une frange centrale sombre, qui met en évidence le déphasage de π à la réflexion sur un milieu plus réfringent.

1.5.1 Principe

Un miroir plan est éclairé en incidence rasante par une fente source S , située à la hauteur h au-dessus de son plan. La lumière réfléchi semble venir de l'image S' de S dans le miroir : S et S' jouent le rôle des deux sources, distantes de $a = 2h$. Ici l'une des deux sources est la source primaire elle-même : le front d'onde est divisé en réfléchissant une partie de lui-même sur le miroir. L'écran est placé perpendiculairement au miroir, au voisinage de son extrémité, et l'on n'observe les franges qu'au-dessus du plan du miroir.

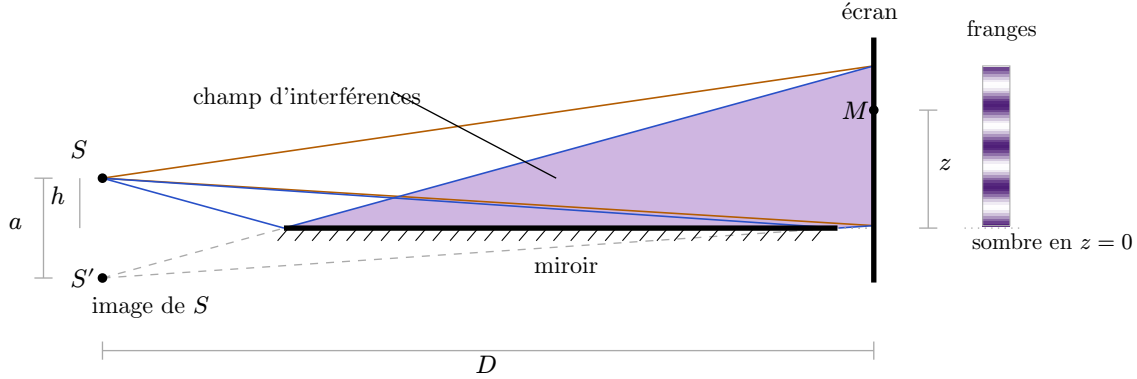


Fig. 6. – Miroir de Lloyd : le faisceau réfléchi semble issu de l'image S' . Les franges se forment au-dessus du plan du miroir, et la première, à $z = 0$, est sombre.

1.5.2 Différence de marche et franges

Pour un point M de l'écran, à la hauteur z au-dessus du plan du miroir et à la distance D de la source, $SM = \sqrt{D^2 + (z - h)^2}$ et $S'M = \sqrt{D^2 + (z + h)^2}$, donc pour $z, h \ll D$

$$S'M - SM \simeq \frac{2hz}{D}. \quad (8)$$

La réflexion apporte en plus un déphasage de π , équivalent à une différence de marche de $\lambda/2$: $\delta = 2hz/D + \lambda/2$. L'éclairement vaut

$$I(z) = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi\delta}{\lambda} \right) \right) = 2I_0 \left(1 - \cos \left(\frac{4\pi hz}{\lambda D} \right) \right). \quad (9)$$

Franges de Lloyd

$$i = \frac{\lambda D}{2h} \quad (10)$$

La frange en $z = 0$, c'est-à-dire sur le miroir, est **sombre** : les franges brillantes sont en $z = (p + 1/2)i$. Ordre de grandeur : $\lambda = 550 \text{ nm}$, $h = 0,5 \text{ mm}$ et $D = 1 \text{ m}$ donnent $i = 0,55 \text{ mm}$.

1.5.3 Remarques

Un demi-système de franges. Contrairement aux fentes d'Young, seul le demi-espace situé au-dessus du miroir est utilisable : le champ d'interférences est limité par la longueur du miroir et par l'inclinaison des rayons.

Incidence rasante. Le pouvoir réflecteur est voisin de 1 près de l'incidence rasante, ce qui équilibre l'éclairement des deux faisceaux et donne des franges très contrastées.

Application. Le même principe sert en radioastronomie (antenne en haut d'une falaise, la mer jouant le rôle du miroir), au milieu du XXe siècle.

Pour aller plus loin. J.-P. Pérez, *Optique : fondements et applications*, Dunod ; E. Hecht, *Optique*, Pearson ; M. Born et E. Wolf, *Principles of Optics*, Cambridge University Press.

1.6 Bilentilles de Billet

Note historique. Félix Billet décrit ses bilentilles vers 1858, dans son *Traité d'optique physique* : une lentille coupée en deux dont on écarte les moitiés fournit deux images réelles d'une même source, dispositif voisin du biprisme de Fresnel.

1.6.1 Principe

Une lentille mince convergente, de focale f' , est sciée en deux suivant un diamètre, et les deux demi-lentilles sont écartées de e perpendiculairement à l'axe optique. L'espace qui les sépare est rendu opaque, pour qu'aucune lumière directe ne passe. Une source ponctuelle S (fente fine) est placée sur l'axe, à la distance $p > f'$ en avant des lentilles : chaque demi-lentille en donne une image réelle, S_1 et S_2 , qui sont deux sources secondaires cohérentes.

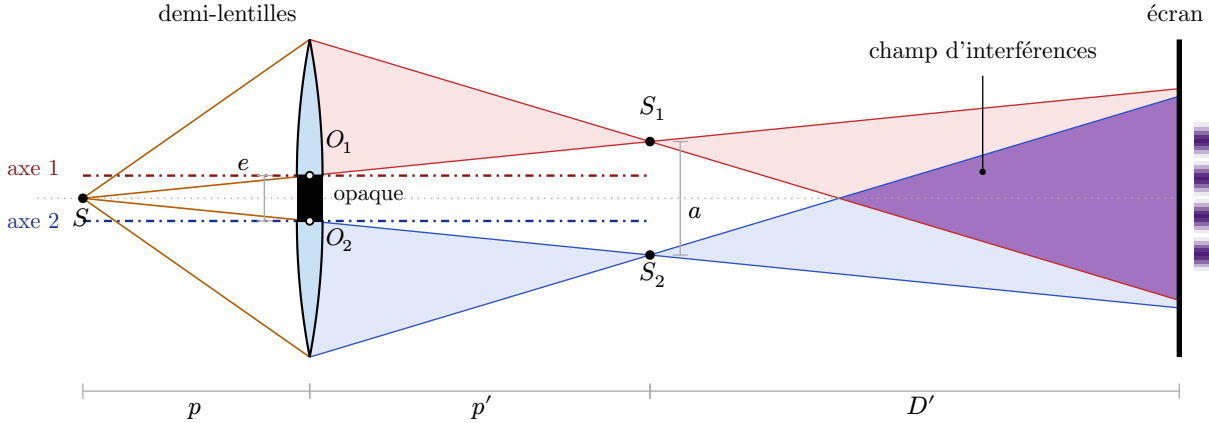


Fig. 7. – Bilentilles de Billet : les images S_1 et S_2 de S , distantes de a , sont réelles. Les axes optiques des deux demi-lentilles (axe 1 et axe 2), horizontaux et décalés de e , sont tracés du niveau de S jusqu'à celui des images S_1 et S_2 ; O_1 et O_2 sont les centres optiques. Les faisceaux se recouvrent au-delà du point où leurs rayons extrêmes se croisent sur l'axe.

1.6.2 Distance entre les sources et interfrange

La relation de conjugaison $1/p' + 1/p = 1/f'$ donne la position des images et le grandissement transversal :

$$p' = \frac{pf'}{p - f'}, \quad |\gamma| = \frac{p'}{p} = \frac{f'}{p - f'}. \quad (11)$$

Pour la demi-lentille supérieure, S est à $e/2$ sous son axe, et son image est à $|\gamma| e/2$ au-dessus de cet axe, donc à $(e/2)(1 + |\gamma|)$ au-dessus de l'axe commun. La seconde demi-lentille donne l'image symétrique, d'où

$$a = e(1 + |\gamma|) = \frac{ep}{p - f'}. \quad (12)$$

Pour un écran à la distance $D' = d - p'$ des sources (d étant sa distance aux lentilles), on retrouve le calcul des fentes d'Young.

Franges de Billet

$$i = \frac{\lambda D'}{a} = \frac{\lambda(d - p')}{e(1 + |\gamma|)} \quad (13)$$

La frange centrale, sur l'axe, est **brillante**. Ordre de grandeur : $f' = 40$ cm, $p = 60$ cm (donc $p' = 120$ cm et $|\gamma| = 2$), $e = 0,5$ mm, $d = 2$ m et $\lambda = 546$ nm donnent $a = 1,5$ mm, $D' = 80$ cm et $i = 0,29$ mm.

1.6.3 Remarques

Zone d'interférences. Les interférences s'observent dans la partie commune aux deux faisceaux, au-delà du point où se croisent leurs rayons extrêmes. L'espace opaque évite que la lumière directe, non déviée, ne brouille les franges.

Comparaison. Comme le biprisme, ce dispositif utilise toute la lumière de la source et donne des franges plus lumineuses que les fentes d'Young. Il est sensible à la qualité des lentilles : toute aberration déforme les franges.

Variante. En décalant les demi-lentilles le long de l'axe plutôt que perpendiculairement, on obtient les lentilles de Meslin, dont les franges sont circulaires.

Pour aller plus loin. J.-P. Pérez, *Optique : fondements et applications*, Dunod ; F. Billet, *Traité d'optique physique* (1858–1859) ; E. Hecht, *Optique*, Pearson.

1.7 Interféromètre de Rayleigh

Note historique. À la fin du XIXe siècle (vers 1896), lord Rayleigh place deux cuves devant les deux fentes d'un montage d'Young et mesure le déplacement des franges quand on change le gaz d'une des cuves. Il s'en sert pour comparer les indices de réfraction de gaz comme l'argon, qu'il découvre avec William Ramsay en 1894. L'appareil, postérieur au Jamin (1856), reste longtemps un instrument de référence pour la réfractométrie des gaz.

1.7.1 Principe

L'interféromètre de Rayleigh (ou réfractomètre interférentiel de Rayleigh) est un montage de **fentes d'Young** (division du front d'onde) dans lequel deux cuves de même longueur ℓ sont placées devant les deux fentes. Une fente source, éclairée en lumière monochromatique, est placée au foyer d'un collimateur. La double fente découpe deux faisceaux parallèles, qui traversent chacun une cuve ; une lentille forme les franges d'Young dans son plan focal, observées à l'oculaire.

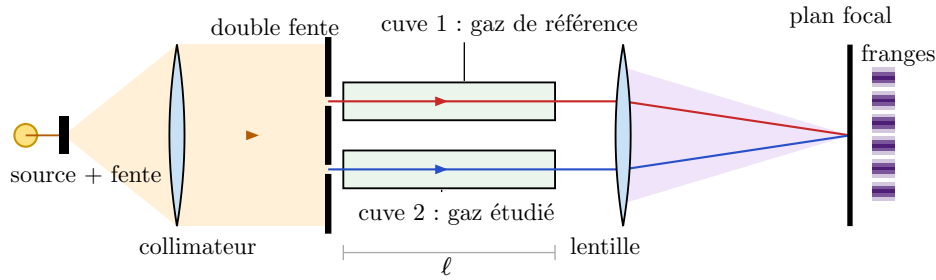


Fig. 8. – Interféromètre de Rayleigh (vue de dessus) : les deux faisceaux issus de la double fente traversent deux cuves, puis interfèrent dans le plan focal de la lentille.

Référence. On part de la même substance dans les deux cuves (de l'air, par exemple) : la différence de marche est nulle et la position des franges sert de référence. On remplit ensuite la cuve 2 avec le gaz étudié et l'on observe le décalage des franges. Dans certains appareils de précision, les cuves ne couvrent que la moitié supérieure des fentes : la moitié inférieure, dont la lumière passe dans l'air, donne un second système de franges de référence juste en dessous du premier.

1.7.2 Décalage des franges

Si l'indice du gaz de la cuve 2 vaut n_2 et celui de la cuve 1 vaut n_1 , la différence de marche supplémentaire est $\delta = (n_2 - n_1)\ell$. L'interfrange des franges d'Young ne change pas : pour des fentes distantes de a et une lentille de focale f , $i = \lambda f/a$ (par exemple $i \simeq 59 \mu\text{m}$ pour $a = 5 \text{ mm}$, $f = 50 \text{ cm}$ et $\lambda = 589 \text{ nm}$). Seule la position des franges change : elles se décalent de $\delta f/a = Ni$ par rapport à la position de référence.

Interféromètre de Rayleigh

$$N = (n_2 - n_1) \frac{\ell}{\lambda} \quad (14)$$

franges de décalage. Un appareil de paillasse permet de mesurer une variation de chemin optique $\Delta(n\ell)$ de l'ordre de 7 nm, soit $\Delta n \simeq 10^{-6}$ pour une cuve de $\ell = 1 \text{ cm}$ (Chen et al., 2002). Pour de l'air contre le vide ($n - 1 \simeq 2,9 \cdot 10^{-4}$), on obtient $N \simeq 490$ franges avec $\ell = 1 \text{ m}$.



Fig. 9. – Champ de l'oculaire (schématique) : remplir la cuve 2 avec le gaz étudié décale les franges par rapport à leur position de référence (cuve 2 remplie d'air, tirets).

Compensateur. Pour mesurer le décalage, on le compense : des lames de verre à faces parallèles, que l'on incline avec une vis micrométrique, introduisent une différence de marche connue et ramènent les franges à leur position de référence. La lecture sur la vis donne N .

Lumière blanche. En lumière monochromatique, deux franges voisines sont identiques et l'on ne peut pas compter un décalage de plusieurs franges. En lumière blanche, la frange centrale est la seule frange non colorée : on la repère et on compte les franges qui défilent quand on remplit la cuve.

1.7.3 Comparaison avec le Jamin et applications

Comme le Jamin, le Rayleigh compare deux gaz côte à côte et mesure des différences d'indice avec une grande précision. Il est plus simple : de simples fentes d'Young remplacent les deux lames épaisses, identiques et soigneusement taillées du Jamin. Les cuves peuvent être longues (jusqu'à un mètre), ce qui augmente la sensibilité.

Applications. Comparaison des indices de gaz purs et analyse de mélanges gazeux, détection du grisou dans les mines, mesure de concentrations de solutions (cuves courtes). L'optique de Rayleigh sert encore, en biochimie, aux ultracentrifugeuses analytiques, qui mesurent les profils de concentration de macromolécules.

En résumé : le Rayleigh est un montage d'Young dont les deux fentes sont suivies de cuves : une différence d'indice $n_2 - n_1$ décale les franges de $N = (n_2 - n_1)\ell/\lambda$, mesurée par rapport à la position de référence (cuves identiques) et ramenée à zéro par un compensateur, d'où une sensibilité de l'ordre de 10^{-6} en indice pour une cuve de 1 cm.

Pour aller plus loin. G. L. Squires, *Practical Physics*, Cambridge University Press ; M. Born et E. Wolf, *Principles of Optics*, Cambridge University Press ; Y. C. Chen, S. J. Kirkpatrick et S. A. Pahl, *Measurement of changes in concentrations of biological solutions using a Rayleigh interferometer* (2002).

1.8 Expérience de Fresnel-Arago : interférences et polarisation

Note historique. En 1816, Augustin Fresnel et François Arago constatent que deux faisceaux polarisés rectilignement dans des directions perpendiculaires n'interfèrent pas, alors qu'ils interfèrent s'ils sont polarisés parallèlement. Ce résultat, qui contredit l'idée d'ondes lumineuses longitudinales, conduit Fresnel à la théorie des ondes transversales après la suggestion de Thomas Young en 1817. On y relie aussi la cohérence de deux ondes à leur état de polarisation (voir l'annexe sur la polarisation).

Interféromètres à division d'amplitude (deux ondes)

□ Principe

Contrairement aux appareillages précédents qui se basent sur la séparation de deux parties distinctes spatialement d'un même front d'onde afin de les faire interférer, les Interféromètres à division d'amplitude divisent directement un rayon en deux, via la plupart du temps une réflexion/transmission partielle qui permet à une onde de se diviser en deux. Les deux portions, cohérentes entre elles, vont ainsi pouvoir interférer ; on a divisé l'amplitude du rayon incident en deux rayons d'amplitudes plus faibles, capables d'interférer.

2.2 Coin d'air et anneaux de Newton

Note historique. Robert Hooke observe en 1665, dans sa *Micrographia*, les couleurs de lames minces et d'anneaux entre deux lentilles. Isaac Newton les étudie systématiquement (*Opticks*, 1704) et mesure l'épaisseur d'air de chaque anneau. Thomas Young les explique en 1801 par les interférences : le déphasage de π à une réflexion rend compte de la tache centrale noire.

2.2.1 Principe

On éclaire en incidence quasi normale, avec une source monochromatique, une lame d'air d'épaisseur variable e , comprise entre deux surfaces de verre. Les deux ondes qui interfèrent sont réfléchies sur la face inférieure de la première surface (verre vers air, sans déphasage) et sur la seconde surface (air vers verre, avec un déphasage de π). La différence de marche vaut donc

$$\delta = 2e + \frac{\lambda}{2}. \quad (15)$$

Les franges sont des lignes d'égale épaisseur, localisées sur la lame d'air. On les observe pour un coin d'air (deux lames planes faisant un petit angle α) ou entre une lentille plan-convexe de grand rayon de courbure R et une lame plane : ce sont les anneaux de Newton.

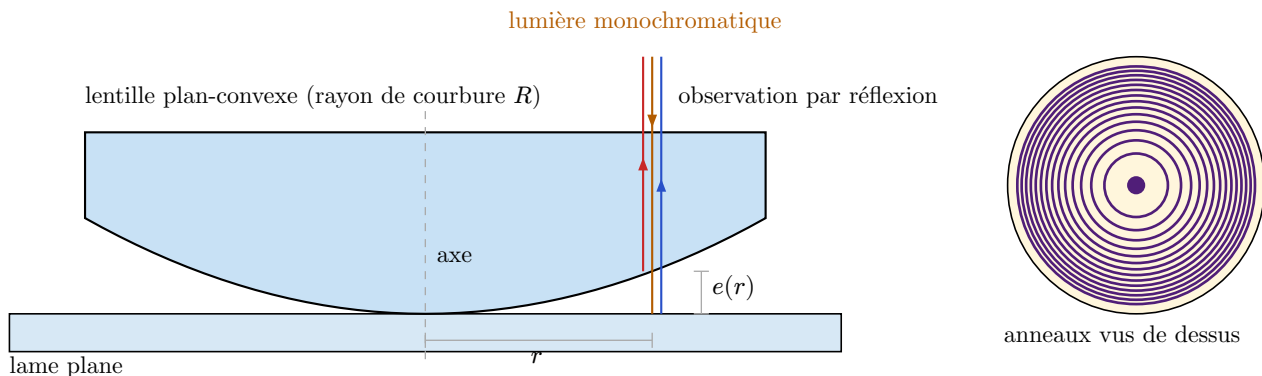


Fig. 10. – Anneaux de Newton : une lentille plan-convexe est posée sur une lame plane. La lame d'air a l'épaisseur $e(r)$ à la distance r de l'axe (épaisseur très exagérée). À droite, la figure d'interférence vue par réflexion : anneaux sombres centrés sur le point de contact.

2.2.2 Coin d'air

L'épaisseur est $e = \alpha x$ et $\delta = 2\alpha x + \lambda/2$. Les franges sombres vérifient $\delta = (p + 1/2)\lambda$, soit $e = p\lambda/2$: les franges sont rectilignes, parallèles à l'arête (qui est sombre, car $e = 0$), et d'interfrange $i = \lambda/(2\alpha)$.

2.2.3 Anneaux de Newton

Pour $r \ll R$, l'épaisseur de la lame d'air est $e(r) = R - \sqrt{R^2 - r^2} \simeq r^2/(2R)$, d'où $\delta = r^2/R + \lambda/2$. Les anneaux sont centrés sur le point de contact, où $e = 0$: la tache centrale est **sombre**. Les anneaux sombres vérifient $\delta = (p + 1/2)\lambda$ et les anneaux brillants $\delta = p\lambda$.

Rayons des anneaux

$$r_p = \sqrt{p\lambda R} \quad (\text{anneaux sombres}), \quad r_p = \sqrt{(p-1/2)\lambda R} \quad (\text{anneaux brillants}) \quad (16)$$

Les anneaux se resserrent vers l'extérieur (r^2 proportionnel à p). Ordre de grandeur : pour $\lambda = 589 \text{ nm}$ et $R = 1 \text{ m}$, le premier anneau sombre a pour rayon $0,77 \text{ mm}$ et le dixième $2,4 \text{ mm}$. En transmission, la figure est complémentaire : la tache centrale est brillante.

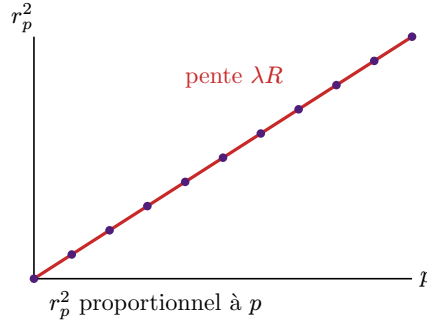


Fig. 11. – Carré du rayon des anneaux sombres en fonction de leur numéro p : on obtient une droite de pente λR .

2.2.4 Mesure du rayon de courbure

Le contact réel est déformé et contient de la poussière : le numéro p des anneaux est inconnu. On mesure donc les diamètres D_p et D_{p+k} de deux anneaux sombres, séparés de k anneaux, et l'on élimine p :

$$R = \frac{D_{p+k}^2 - D_p^2}{4k\lambda}. \quad (17)$$

2.2.5 Lumière blanche

En lumière blanche, chaque longueur d'onde donne ses propres anneaux : les premiers anneaux sont colorés (teintes de Newton), puis les couleurs se mélangent en un blanc d'ordre supérieur, comme dans la lumière blanche du Michelson ou de la bulle de savon.

En résumé : la lame d'air est une ligne de niveau : coin d'air = franges droites d'interfrange $\lambda/(2\alpha)$; lentille sur plan = anneaux de rayons $\sqrt{p\lambda R}$; centre sombre en réflexion, $\delta = 2e + \lambda/2$.

Pour aller plus loin. J.-P. Pérez, *Optique : fondements et applications*, Dunod ; E. Hecht, *Optique*, Pearson ; Sextant, *Optique expérimentale*, Hermann.

2.3 Bulle de savon

Note historique. Robert Boyle (1664) et Robert Hooke (1665) décrivent les couleurs des bulles de savon. Newton (*Opticks*, 1704) mesure l'épaisseur du film pour chaque teinte, et Young les explique par les interférences en 1801.

2.3.1 Principe

Un film de savon, d'épaisseur e et d'indice $n \simeq 1,33$, est entouré d'air. Éclairé en lumière blanche, il renvoie deux rayons : l'un réfléchi sur la face avant (air vers film, avec un déphasage de π), l'autre réfléchi sur la face arrière (film vers air, sans déphasage). Ces deux ondes interfèrent : c'est une division d'amplitude à deux ondes, comme pour la lame d'air des anneaux de Newton, avec un film d'indice n . Chaque face ne réfléchit que $R = ((n-1)/(n+1))^2 \simeq 2\%$: les réflexions multiples sont négligeables, ce qui distingue le film d'un Fabry-Pérot (finesse très faible).

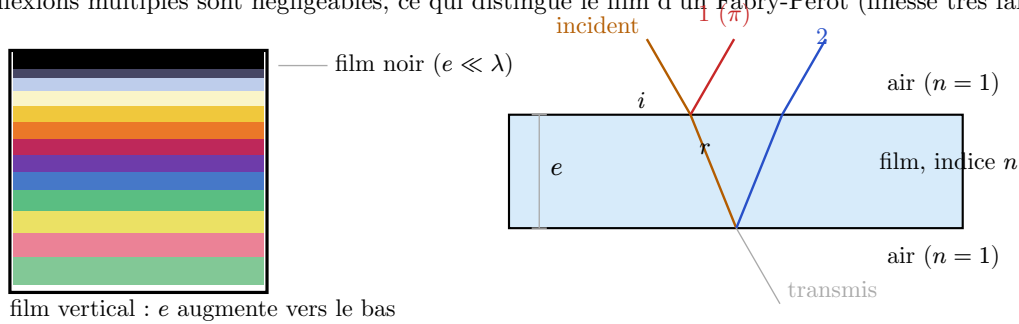


Fig. 12. – À gauche, un film de savon vertical : l'épaisseur croît vers le bas et les couleurs défilent (schématique). À droite, les deux rayons réfléchis.

2.3.2 Différence de marche

Pour un rayon d'incidence i et de réfraction r ($\sin i = n \sin r$), la différence de marche géométrique entre les deux rayons réfléchis est $2ne \cos r$. En ajoutant le $\lambda/2$ dû au déphasage de π de la première réflexion :

Film mince dans l'air

$$\delta = 2ne \cos r + \frac{\lambda}{2} \quad (18)$$

Maximum de réflexion si $2ne \cos r = (p - 1/2)\lambda$; minimum si $2ne \cos r = p\lambda$.

À incidence normale, la longueur d'onde du premier ordre ($p = 1$) fortement réfléchi est $\lambda = 4ne$: pour $e = 100$ nm, $\lambda = 532$ nm, et le film paraît vert. Quand e varie, la teinte change :

Épaisseur e	$\lambda = 4ne$	Couleur réfléchie
75 nm	399 nm	violet
100 nm	532 nm	vert
125 nm	665 nm	rouge

2.3.3 Observations

Film noir (en réflexion). Au sommet d'un film vertical, l'eau s'écoule et le film s'amincit jusqu'à $e \ll \lambda/(4n) \simeq 100$ nm. Le trajet supplémentaire $2ne \cos r$ devient négligeable et il ne reste que le déphasage de π de la face avant : $\delta \simeq \lambda/2$ pour toutes les longueurs d'onde. Les deux ondes sont en opposition de phase et le film paraît noir. C'est le même effet que la tache centrale sombre des anneaux de Newton.

Variation avec l'angle. Quand l'incidence augmente, $\cos r$ diminue et la longueur d'onde renforcée aussi : les couleurs se déplacent vers le bleu.

En transmission. Les deux ondes qui sortent sont l'onde directe et celle qui a subi deux réflexions internes, sur la face arrière puis sur la face avant : toutes deux vers l'air, donc sans déphasage. La différence de marche est $\delta_t = 2ne \cos r$, sans le $\lambda/2$, et la figure est **complémentaire** de celle de la réflexion : une couleur renforcée en réflexion est éteinte en transmission, et un film très mince ($e \ll \lambda$) est lumineux. Mais la seconde onde a une amplitude $r^2 \simeq 0,02$ fois celle de l'onde directe : le contraste n'est que d'environ 4 %, et l'on ne voit pratiquement pas de couleurs en transmission.

Remarque. Le même calcul explique les traitements antireflet : une couche d'épaisseur $\lambda/(4n)$, d'indice inférieur à celui du verre, annule la réflexion à λ .

En résumé : un film mince renvoie deux ondes de différence de marche $2ne \cos r + \lambda/2$: sa couleur dépend de l'épaisseur et de l'angle, et il paraît noir en réflexion quand $e \ll \lambda/(4n)$. En transmission, la figure est complémentaire mais très peu contrastée.

Pour aller plus loin. J.-P. Pérez, *Optique : fondements et applications*, Dunod ; E. Hecht, *Optique*, Pearson ; S. Houard, *Optique : une approche expérimentale et pratique*, De Boeck.

2.4 Interféromètre de Fizeau

Note historique. Hippolyte Fizeau (1819–1896) mesure la vitesse de la lumière en 1849 avec une roue dentée, puis étudie en 1851, par interférométrie, l'entraînement de la lumière par de l'eau en mouvement. En 1868, il propose de mesurer des diamètres d'étoiles par interférences. Aujourd'hui, l'interféromètre de Fizeau sert surtout à contrôler la planéité de surfaces optiques.

2.4.1 Principe

Interféromètre à **division d'amplitude** à deux ondes, utilisé pour contrôler des surfaces optiques. Un faisceau parallèle (laser élargi puis collimé) éclaire en incidence normale une lame d'air d'épaisseur e très faible, comprise entre un plan de référence partiellement réfléchissant et la surface à tester. Les deux ondes qui interfèrent sont la réflexion sur le plan de référence et celle sur la surface testée ; une séparatrice les envoie vers une caméra.

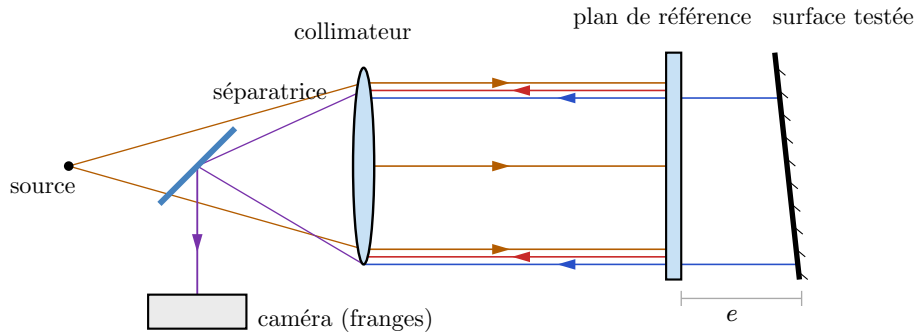


Fig. 13. – Interféromètre de Fizeau : les réflexions sur le plan de référence (rouge) et sur la surface testée (bleu) interfèrent après leur retour dans le collimateur, puis sont envoyées vers la caméra.

2.4.2 Franges d'égale épaisseur

Les deux ondes diffèrent par un aller-retour dans la lame d'air : $\delta = 2e(x, y)$ en incidence normale, à un déphasage constant près dû aux réflexions. Les franges brillantes vérifient $e = p\lambda/2$: chacune est une ligne de niveau de l'épaisseur de la lame d'air, et deux franges voisines correspondent à une variation d'épaisseur de $\lambda/2$. Si les deux surfaces sont planes et font un petit angle α , les franges sont rectilignes et équidistantes, d'interfrange $i = \lambda/(2\alpha)$. Un défaut de planéité déforme les franges.

Défaut de planéité

$$\Delta e = q \frac{\lambda}{2} \quad (19)$$

où q est l'écart d'une frange à une droite, exprimé en fraction d'interfrange. Ordre de grandeur : avec un laser He-Ne ($\lambda = 633 \text{ nm}$), une frange déformée de $q = 1/5$ d'interfrange correspond à un défaut de 63 nm, soit $\lambda/10$.

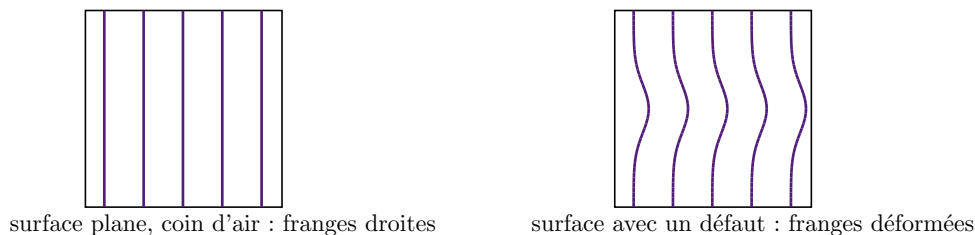


Fig. 14. – Franges d'un Fizeau (schématisques) : le défaut de la surface testée se lit sur la déformation des franges.

Intérêt et limites. Les deux ondes ne diffèrent que par la lame d'air, de sorte que l'appareil est peu sensible aux vibrations et à l'air ambiant, contrairement au Twyman-Green à bras séparés. On atteint $\lambda/10$ à l'œil, et mieux par décalage de phase en déplaçant légèrement le plan de référence. La mesure est relative à ce plan, qui doit donc être meilleur que la surface testée. Le principe est celui des anneaux de Newton, avec un plan de référence.

Pour aller plus loin. D. Malacara (éd.), *Optical Shop Testing*, Wiley ; P. Hariharan, *Optical Interferometry*, Academic Press ; J.-P. Pérez, *Optique : fondements et applications*, Dunod.

2.5 Interféromètre de Jamin

Note historique. Jules Jamin (1818–1886) décrit en 1856 cet interféromètre à deux lames de verre épaisses et parallèles, conçu pour mesurer l'indice de réfraction des gaz et des liquides. Il a longtemps été l'instrument de référence de la réfractométrie, avant les montages à faisceaux séparés comme le Mach-Zehnder.

2.5.1 Principe

Interféromètre à **division d'amplitude** à deux ondes, formé de deux lames de verre identiques P_1 et P_2 , épaisses et à faces parallèles, dont la face arrière est argentée. Chaque lame sépare un faisceau en deux par la réflexion sur sa face avant et sur sa face arrière. Sur la première lame, le faisceau 1 se réfléchit sur la face avant et le faisceau 2 sur la face arrière : ils repartent **parallèles**, écartés d'une distance d . Sur la seconde lame, le faisceau 2 se réfléchit sur la face avant tandis que le faisceau 1 traverse la lame et se réfléchit sur la face arrière : ils sont de nouveau superposés.

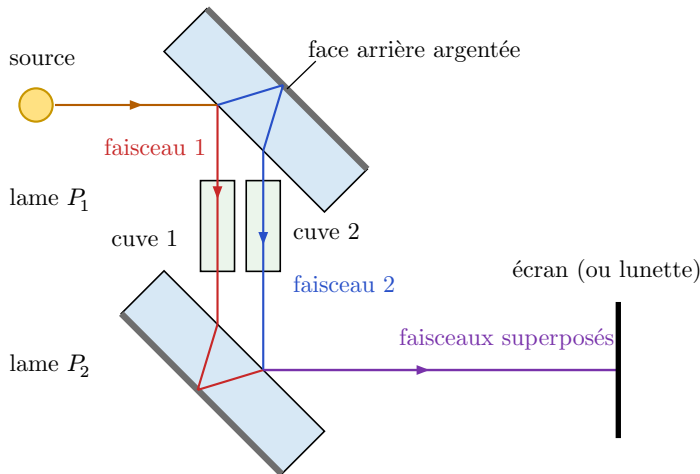


Fig. 15. – Interféromètre de Jamin (épaisseur des lames exagérée). Les deux faisceaux sont séparés entre les lames, ce qui permet d'y placer deux cuves, puis recombinaison à la sortie de P_2 .

2.5.2 Faisceaux écartés et différence de marche

Pour une lame d'épaisseur e et d'indice n éclairée sous l'incidence i , l'angle de réfraction r vérifie $\sin i = n \sin r$ et les deux faisceaux sont écartés de

$$d = 2e \tan r \cos i. \quad (20)$$

Pour $e = 1$ cm, $n = 1,5$ et $i = 45^\circ$, on trouve $d \simeq 7,6$ mm. Les deux chemins sont **symétriques** : chaque faisceau subit une réflexion sur une face avant, une réflexion sur une face arrière et traverse la même épaisseur de verre. Pour des lames parallèles, $\delta = 0$ quelle que soit la longueur d'onde : on peut travailler en lumière blanche, et les deux faisceaux ont la même intensité (quelques pour cent de l'intensité incidente).

En inclinant très légèrement la seconde lame, on obtient des franges rectilignes localisées à l'infini, dont l'interfrange se règle avec l'inclinaison.

2.5.3 Réfractométrie

On place une cuve de longueur ℓ sur chaque faisceau, entre les lames. Si l'indice du gaz de la cuve 2 passe de 1 à n , la différence de marche vaut $\delta = (n - 1)\ell$.

Réfractomètre de Jamin

$$N = (n - 1) \frac{\ell}{\lambda} \quad (21)$$

franges défilent quand on remplit la cuve 2 avec un gaz d'indice n . Ordre de grandeur : pour de l'air ($n - 1 \simeq 2,9 \cdot 10^{-4}$), $\ell = 50$ cm et $\lambda = 589$ nm, on trouve $N \simeq 250$ franges.

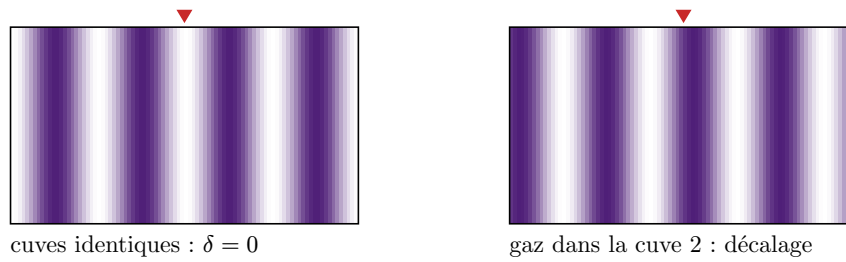


Fig. 16. – Franges du Jamin (schématisées) : remplir la cuvette 2 décale tout le système de franges.

2.5.4 Remarques

Avantages. Les faisceaux sont largement écartés, donc facilement accessibles pour y placer des cuvettes, et l'instrument est stable : les deux lames sont solides et travaillent symétriquement.

Limites. Seule une petite fraction de la lumière arrive à la sortie, et les lames épaisses doivent être identiques et très soigneusement taillées : des défauts d'épaisseur ou de parallélisme déforment les franges.

En résumé : le Jamin utilise deux lames épaisses et parallèles pour obtenir deux faisceaux parallèles écartés de $d = 2e \tan r \cos i$, puis les recombinaient : $\delta = 0$ à vide, et $N = (n - 1)\ell/\lambda$ franges défilent quand on remplit une cuvette.

Pour aller plus loin. M. Born et E. Wolf, *Principles of Optics*, Cambridge University Press ; F. A. Jenkins et H. E. White, *Fundamentals of Optics*, McGraw-Hill ; J. Jamin, *Comptes rendus de l'Académie des sciences* (1856).

2.6 Interféromètre de Michelson

Note historique. Albert A. Michelson (1852–1931) construit son interféromètre en 1881 pour détecter le mouvement de la Terre par rapport à l'éther ; l'expérience, reprise avec Morley en 1887, donne un résultat nul. Michelson reçoit le prix Nobel de physique en 1907 ; son principe sert encore dans LIGO (ondes gravitationnelles, 2015).

2.6.1 Principe

Interférences par **division d'amplitude** : une séparatrice semi-réfléchissante divise le faisceau d'une source en deux, qui se réfléchissent sur deux miroirs perpendiculaires M_1 et M_2 puis se recombinaient sur la séparatrice et sont observés sur un écran ou à la lunette. Une compensatrice, lame identique à la séparatrice, égalise les épaisseurs de verre traversées par les deux faisceaux : sans elle, la différence de marche dépendrait de la longueur d'onde (indice du verre), ce qui interdirait de travailler en lumière blanche.

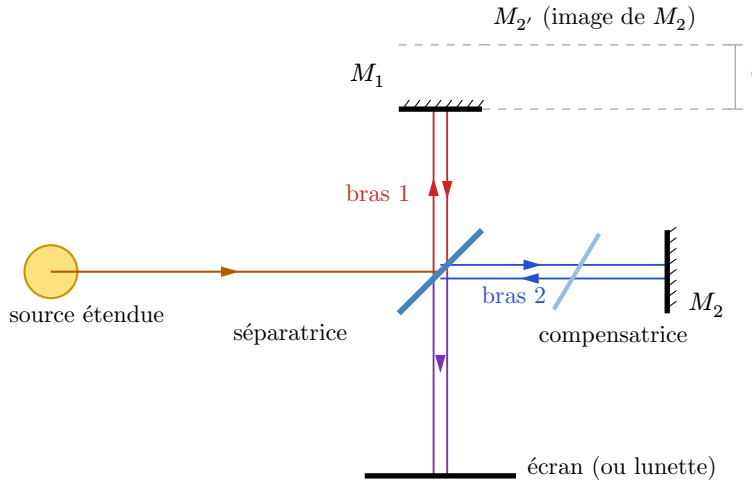


Fig. 17. – Interféromètre de Michelson. Vu depuis la séparatrice, le miroir M_2 est équivalent à son image M_2' par la séparatrice : M_1 et M_2' forment une lame d'air d'épaisseur e .

2.6.2 Deux réglages

Lame d'air (M_1 et M_2' parallèles, distants de e) : l'interféromètre équivaut à une lame d'air éclairée par une source étendue sous l'incidence i . La différence de marche entre les deux rayons qui interfèrent est

$$\delta = 2e \cos i \simeq 2e - ei^2, \quad (22)$$

à un déphasage constant près dû aux réflexions. Les franges, localisées à l'infini, sont des anneaux d'égale inclinaison ; l'ordre d'interférence $p = \delta/\lambda$ est maximal au centre, $p_0 = 2e/\lambda$. Les rayons angulaires vérifient $i_{k+1}^2 - i_k^2 = \lambda/e$: les anneaux se resserrent vers l'extérieur. Quand e augmente de $\lambda/2$, un anneau naît au centre : compter N anneaux qui défilent mesure un déplacement $\Delta e = N\lambda/2$ du miroir.

Coin d'air (M_1 et M_2' font un petit angle α) : l'épaisseur varie comme $e(x) = \alpha x$ et, en incidence quasi normale, $\delta \simeq 2\alpha x$. Les franges sont rectilignes, parallèles à l'arête du coin, d'égale épaisseur, localisées au voisinage des miroirs, et d'interfrange $i = \lambda/(2\alpha)$.

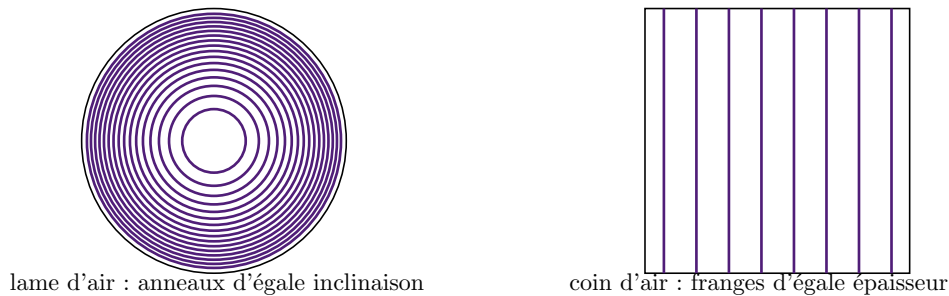


Fig. 18. – Figures d'interférences du Michelson (schématisques).

Contact optique : pour $e = 0$, $\delta = 0$ pour tous les rayons et l'on observe une teinte plate, point de départ des deux réglages.

2.6.3 Cohérence temporelle et doublet du sodium

La source n'étant pas monochromatique, de largeur spectrale $\Delta\lambda$, les anneaux disparaissent quand $\delta = 2e$ dépasse la longueur de cohérence $L_c = \lambda^2/\Delta\lambda$: on règle donc le Michelson près du contact optique. En lumière blanche, on ne voit que quelques franges colorées très près du contact optique, ce qui permet de le repérer, la compensatrice garantissant $\delta = 0$ pour toutes les longueurs d'onde.

Le doublet du sodium ($\lambda_1 = 589,0$ nm et $\lambda_2 = 589,6$ nm, de même intensité) donne deux systèmes d'anneaux qui se superposent : le contraste vaut $C = |\cos(\pi\delta\Delta\lambda/\lambda^2)|$ et s'annule (brouillage) chaque fois que δ augmente de $\lambda^2/\Delta\lambda$, donc chaque fois que e augmente de $\lambda^2/(2\Delta\lambda)$.

Mesure du doublet du sodium

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2\Delta e} \quad (23)$$

où Δe est le déplacement de M_2 entre deux brouillages consécutifs : $\Delta e \simeq 0,29$ mm pour $\lambda = 589,3$ nm et $\Delta\lambda = 0,6$ nm.

2.6.4 Spectromètre à transformée de Fourier

En déplaçant M_2 et en enregistrant l'éclairement au centre, on obtient l'interférogramme

$$I(\delta) = \int B(\sigma)[1 + \cos(2\pi\sigma\delta)] d\sigma, \quad (24)$$

où $B(\sigma)$ est le spectre de la source en nombre d'onde $\sigma = 1/\lambda$. Une transformée de Fourier redonne $B(\sigma)$, avec une résolution $\Delta\sigma \simeq 1/\delta_{\max}$.

2.6.5 Expérience de Michelson-Morley (1887)

Si la Terre se déplaçait à la vitesse v par rapport à l'éther, le temps aller-retour serait $(2L/c)(1 + v^2/c^2)$ dans le bras parallèle au mouvement et $(2L/c)(1 + v^2/(2c^2))$ dans le bras perpendiculaire. Une rotation de 90° de l'interféromètre échange les rôles des bras et doit décaler les franges de

$$\Delta N = \frac{2Lv^2}{\lambda c^2} \simeq 0,4, \quad (25)$$

pour $L \simeq 11$ m (bras replié par des réflexions multiples), $\lambda \simeq 550$ nm et $v \simeq 30$ km/s. Michelson et Morley observent un décalage au plus de quelques centièmes de frange : pas de mouvement détectable par rapport à l'éther.

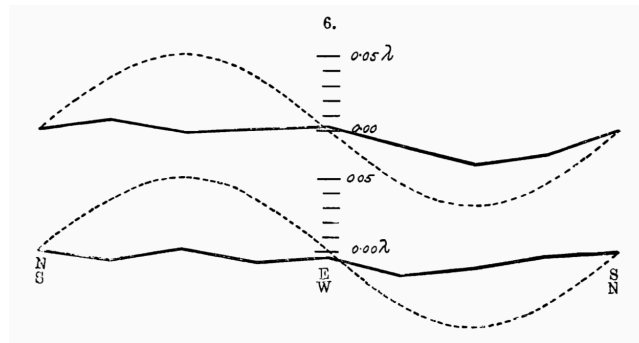


Fig. 19. – Décalage des franges selon l'orientation de l'appareil, d'après Michelson et Morley (1887). Courbes pleines : observations ; pointillés : un huitième du décalage théorique attendu.

Pour aller plus loin. J.-P. Pérez, *Optique : fondements et applications*, Dunod ; Sextant, *Optique expérimentale*, Hermann ; A. A. Michelson et E. W. Morley, *American Journal of Science* 34, 333 (1887).

2.7 Interféromètre de Mach-Zehnder

Note historique. Ludwig Zehnder (1891) puis Ludwig Mach (1892), fils d'Ernst Mach, proposent ce montage à deux bras séparés, où les faisceaux ne reviennent pas sur eux-mêmes. Il est aujourd'hui très utilisé en optique intégrée (modulateurs) et en optique quantique.

2.7.1 Principe

Interféromètre à **division d'amplitude** à deux ondes : une première séparatrice S_1 divise le faisceau en deux bras, qui suivent des chemins distincts avant d'être recombinaés par une seconde séparatrice S_2 . Contrairement au Michelson, chaque faisceau traverse l'appareil une seule fois, sans retour sur lui-même, et la recombinaison donne **deux sorties**.

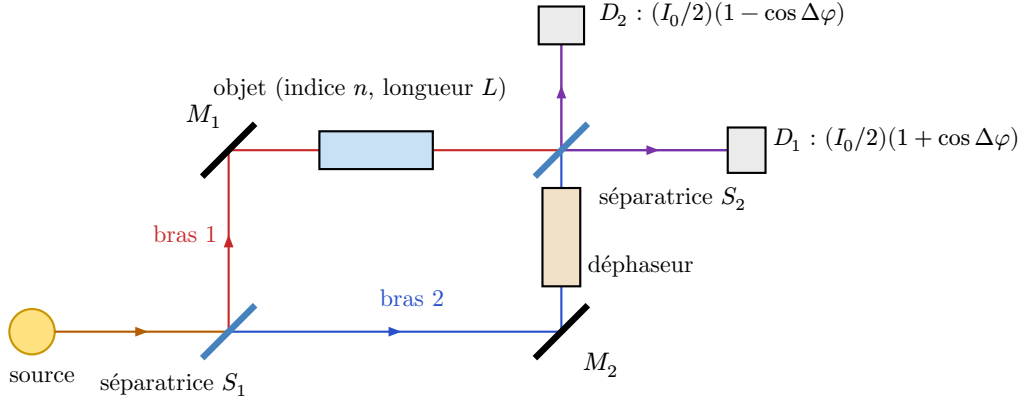


Fig. 20. – Interféromètre de Mach-Zehnder : les deux bras sont séparés dans l'espace, ce qui permet de placer un objet dans un seul d'entre eux. Les deux sorties D_1 et D_2 sont complémentaires.

2.7.2 Deux sorties complémentaires

Avec des séparatrices idéales 50/50, de coefficients $t = 1/\sqrt{2}$ en transmission et $r = j/\sqrt{2}$ en réflexion, et des phases φ_1 et φ_2 acquises dans les bras, les amplitudes aux deux sorties sont

$$E_1 = E_0 r t (e^{j\varphi_1} + e^{j\varphi_2}), \quad E_2 = E_0 (r^2 e^{j\varphi_1} + t^2 e^{j\varphi_2}) = \left(\frac{E_0}{2} \right) (e^{j\varphi_2} - e^{j\varphi_1}). \quad (26)$$

Avec $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi\delta/\lambda$:

Sorties du Mach-Zehnder

$$I_1 = \frac{I_0}{2} (1 + \cos \Delta\varphi), \quad I_2 = \frac{I_0}{2} (1 - \cos \Delta\varphi), \quad I_1 + I_2 = I_0 \quad (27)$$

L'énergie qui manque sur une sortie apparaît sur l'autre : les deux systèmes de franges sont en opposition.

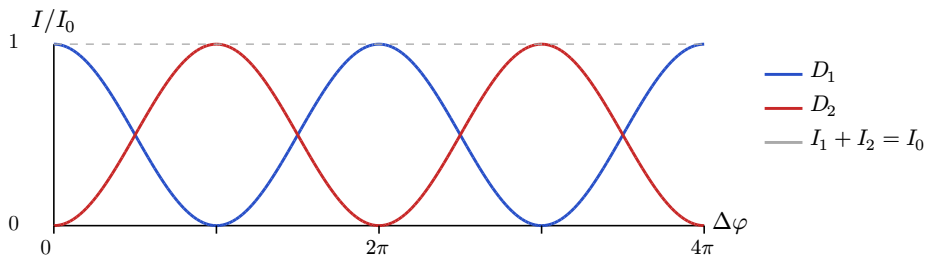


Fig. 21. – Éclairements des deux sorties en fonction du déphasage : leur somme reste égale à I_0 .

2.7.3 Pourquoi un Mach-Zehnder plutôt qu'un Michelson ?

Michelson

Mach-Zehnder

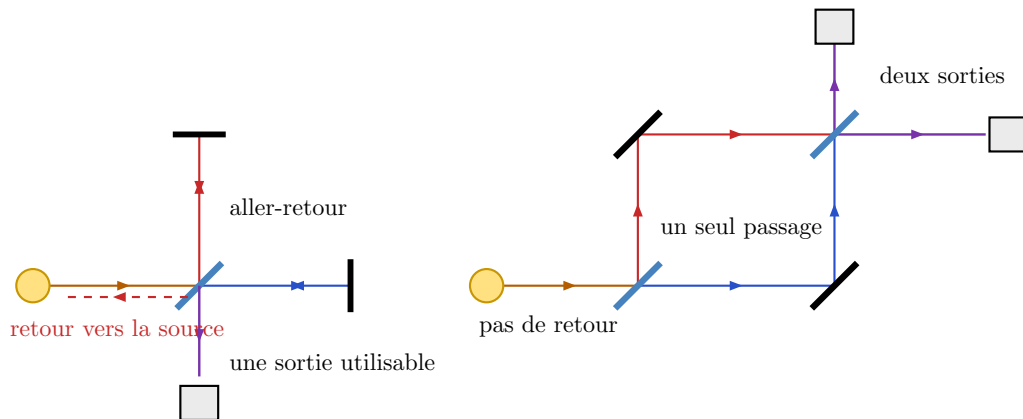


Fig. 22. – Du Michelson au Mach-Zehnder : en séparant les bras et en ajoutant une seconde séparatrice, on supprime le retour vers la source et on gagne une seconde sortie.

Critère	Michelson	Mach-Zehnder
Parcours	chaque bras est parcouru deux fois, à l'aller et au retour	chaque bras est parcouru une seule fois
Sorties	une seule utilisable : l'autre retourne vers la source	deux sorties accessibles, complémentaires
Retour vers la source	une partie de la lumière revient dans le laser et le perturbe	aucune lumière ne revient vers la source
Accès aux bras	bras proches de la séparatrice, faisceaux aller et retour superposés	bras séparés : on place un objet dans un seul, traversé une seule fois
Compensation	compensatrice nécessaire en lumière blanche	chaque faisceau traverse chaque séparatrice une fois : compensation naturelle
Réglage	simple, un seul élément semi-réfléchissant	plus encombrant, quatre éléments à régler

2.7.4 Applications

Indice d'un milieu transparent. Avec un objet de longueur L dans un bras, $\Delta\varphi = 2\pi(n-1)L/\lambda$: on compte $N = (n-1)L/\lambda$ franges qui défilent. Pour $L = 10$ cm d'air ($n-1 \simeq 2,7 \cdot 10^{-4}$) et $\lambda = 633$ nm, on trouve $N \simeq 43$ franges quand on vide la cellule. Il sert aussi à visualiser les variations de densité dans les écoulements de gaz et les ondes de choc.

Modulateur optique. En optique intégrée, un déphasage proportionnel à la tension, par effet électro-optique (niobate de lithium), est appliqué dans un bras, et $I = I_0 \cos^2(\pi V/(2V_\pi))$: le Mach-Zehnder module la lumière des fibres optiques de télécommunications.

Optique quantique. Un photon unique est détecté en D_1 ou en D_2 avec les probabilités $\cos^2(\Delta\varphi/2)$ et $\sin^2(\Delta\varphi/2)$; si l'on retire S_2 , on connaît le chemin suivi et les franges disparaissent.

En résumé : le Mach-Zehnder est un Michelson « déplié » : chaque faisceau passe une fois, et l'on gagne deux sorties complémentaires, l'absence de retour vers la source et un accès séparé à chaque bras.

Pour aller plus loin. P. Hariharan, *Optical Interferometry*, Academic Press ; M. Born et E. Wolf, *Principles of Optics*, Cambridge University Press ; L. Zehnder, *Zeitschrift für Instrumentenkunde* (1891).

2.8 Interféromètre de Sagnac

Note historique. Georges Sagnac (1869–1928) réalise en 1913 un interféromètre en anneau monté sur un plateau tournant, dans l'espoir de mettre en évidence l'éther. La relativité rend compte de ses résultats : Max von Laue avait prévu l'effet dès 1911. Michelson et Gale mesurent en 1925 la rotation de la Terre avec un anneau long de plusieurs centaines de mètres. Les gyromètres à laser (années 1960) puis à fibre optique (années 1970) en font aujourd'hui le capteur de rotation des centrales inertielles.

2.8.1 Principe

Interféromètre à **division d'amplitude** à deux ondes et à **chemin commun** : la séparatrice divise le faisceau en deux ondes qui parcourent le **même circuit fermé** (ici trois miroirs) dans des sens **opposés**, puis se recombinent sur la séparatrice. Les deux ondes traversent les mêmes éléments aux mêmes endroits : tant que le dispositif est immobile, leur différence de marche est nulle **pour toutes les longueurs d'onde**, sans compensatrice, et les vibrations ou les dérives thermiques lentes agissent de la même façon sur les deux ondes. Seuls des effets **non réciproques** comme la rotation créent un déphasage.

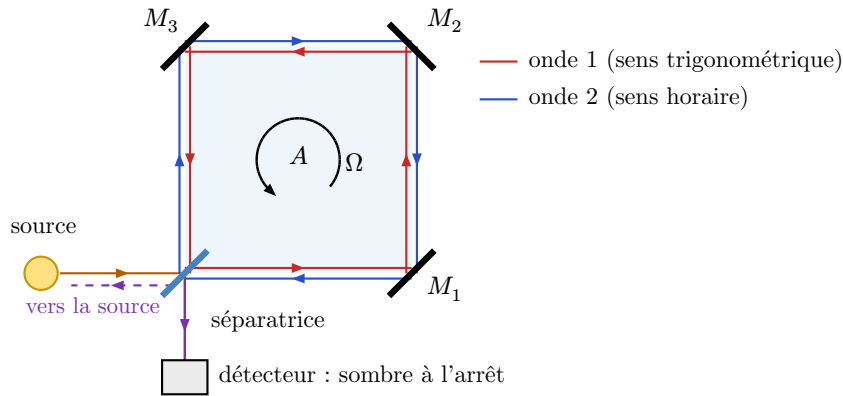


Fig. 23. – Interféromètre de Sagnac : les ondes 1 et 2 parcourent le même circuit en sens opposés (les deux trajets sont dessinés légèrement décalés). La rotation Ω du dispositif déphase les deux ondes.

2.8.2 Effet Sagnac

Considérons un circuit circulaire de rayon R qui tourne à la vitesse angulaire Ω dans le référentiel du laboratoire. Pendant le trajet de la lumière, la séparatrice B s'est déplacée en B' : l'onde qui tourne dans le même sens que le dispositif doit parcourir un peu plus d'un tour, l'onde contra-rotative un peu moins.

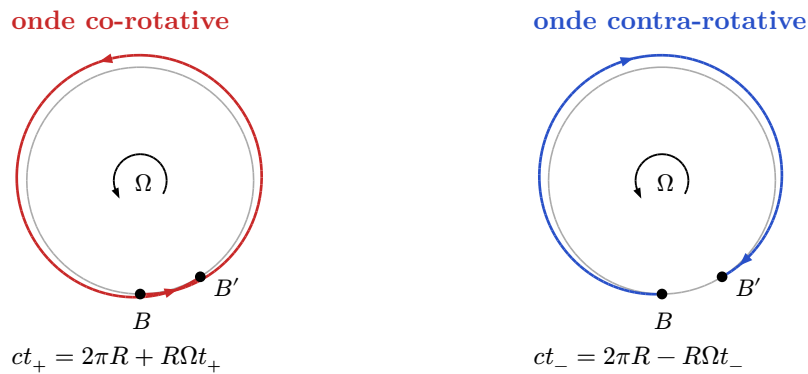


Fig. 24. – Parcours des deux ondes dans un circuit en rotation : l'onde co-rotative rattrape la séparatrice qui s'éloigne ($B \rightarrow B'$), l'onde contra-rotative la rencontre plus tôt (déplacement exagéré).

Avec $ct_{\pm} = 2\pi R \pm R\Omega t_{\pm}$, on obtient $t_{\pm} = 2\pi R / (c \mp R\Omega)$ et, pour $R\Omega \ll c$,

$$\Delta t = t_+ - t_- = \frac{4\pi R^2 \Omega}{c^2 - R^2 \Omega^2} \simeq \frac{4A\Omega}{c^2}, \quad (28)$$

où $A = \pi R^2$ est l'aire du circuit. La différence de marche est $\delta = c\Delta t = 4A\Omega/c$, d'où le déphasage $\Delta\varphi = 2\pi\delta/\lambda$.

Effet Sagnac

$$\Delta\varphi = \frac{8\pi A\Omega}{\lambda c} \quad (29)$$

Le déphasage est proportionnel à l'aire A du circuit et à la vitesse de rotation Ω . Le calcul se généralise à un circuit de forme quelconque (on remplace $A\Omega$ par $\mathbf{A} \cdot \boldsymbol{\Omega}$), indépendamment du centre de rotation et de l'indice du milieu traversé. Pour un circuit à N tours, A est remplacé par NA .

Remarque. Sagnac voyait dans ce déphasage une preuve de l'éther. Ce n'est pas le cas : la relativité restreinte prévoit le même résultat, comme von Laue l'avait montré en 1911.

2.8.3 Sorties du dispositif

Avec une séparatrice idéale de coefficients $t = 1/\sqrt{2}$ et $r = j/\sqrt{2}$, l'onde 1 est transmise puis réfléchi, ou transmise deux fois, et l'onde 2 réfléchi puis transmise, ou réfléchi deux fois. Vers le détecteur, les amplitudes sont t^2 et $r^2 = -t^2$: elles sont en opposition de phase. Vers la source, elles valent toutes deux rt et s'ajoutent.

Éclairements du Sagnac

$$I_D = I_0 \sin^2\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right), \quad I_S = I_0 \cos^2\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right), \quad I_D + I_S = I_0 \quad (30)$$

À l'arrêt ($\Delta\varphi = 0$), tout retourne vers la source et le détecteur est **sombre**, pour toutes les longueurs d'onde : même en lumière blanche, la frange centrale est noire et achromatique.

Point de fonctionnement. Au voisinage de $\Delta\varphi = 0$, $I_D \simeq I_0 \Delta\varphi^2/4$: la réponse est quadratique et la sensibilité nulle. Les gyromètres introduisent un déphasage de biais de $\pm\pi/2$ (modulateur de phase à une extrémité de la bobine) pour travailler à flanc de frange, où la réponse est linéaire.

2.8.4 Applications et ordres de grandeur

Gyromètre à fibre optique. Pour une bobine de longueur L et de diamètre D , $NA = LD/4$ et $\Delta\varphi = 2\pi LD\Omega/(\lambda c)$. Avec $L = 1$ km, $D = 10$ cm et $\lambda = 1,55$ μm , on trouve $\Delta\varphi \simeq 2,4 \cdot 10^{-2}$ rad pour $\Omega = 1^\circ/\text{s}$, et environ 10^{-4} rad pour la rotation de la Terre ($15^\circ/\text{h}$).

Gyromètre à laser. Dans une cavité laser en anneau, les deux ondes contra-propagatives oscillent à des fréquences légèrement différentes, et le battement vaut $\Delta\nu = 4A\Omega/(\lambda P)$, où P est le périmètre : la mesure d'un déphasage devient une mesure de fréquence.

Navigation et géophysique. Les gyromètres à fibre et à laser équipent les avions, les sous-marins et les lanceurs (centrales inertielles). Des anneaux laser de plusieurs mètres de côté mesurent les variations de la rotation de la Terre.

En résumé : le Sagnac est un interféromètre à chemin commun parcouru en sens opposés : à l'arrêt $\delta = 0$ pour toute longueur d'onde (sortie sombre vers le détecteur), et une rotation Ω crée le déphasage $\Delta\varphi = 8\pi A\Omega/(\lambda c)$, d'où le gyromètre.

Pour aller plus loin. G. Sagnac, *Comptes rendus de l'Académie des sciences* 157, 708 (1913) ; E. J. Post, *Reviews of Modern Physics* 39, 475 (1967) ; H. C. Lefèvre, *The Fiber-Optic Gyroscope*, Artech House.

2.9 Variante du Michelson : Twyman-Green

Note historique. Frank Twyman et Alfred Green brevettent en 1916 cette variante du Michelson, destinée à contrôler la qualité des prismes et des lentilles. Elle reste à la base des interféromètres de contrôle optique utilisés aujourd'hui pour les miroirs et les objectifs.

2.9.1 Principe

Le Twyman-Green est un Michelson éclairé par une **onde plane** : une source ponctuelle (usuellement laser) placée au foyer d'un collimateur remplace la source étendue. Chaque bras renvoie un front d'onde plan, et une lentille de projection forme sur la caméra l'image de la surface à tester. On ne cherche plus la différence de marche en fonction de l'inclinaison des rayons, comme dans le Michelson réglé en lame d'air, mais en fonction du **point** (x, y) de la surface : l'interférogramme est une carte de l'écart entre les deux fronts d'onde.

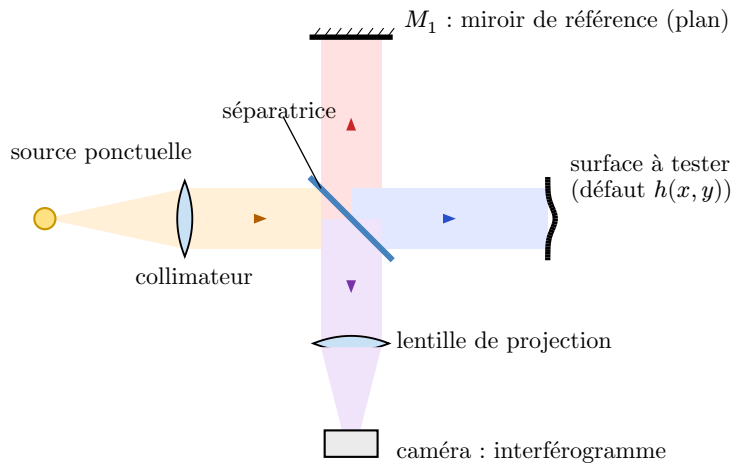


Fig. 25. – Interféromètre de Twyman-Green : un front d'onde plan est divisé, puis recombéné après réflexion sur le miroir de référence M_1 et sur la surface à tester.

2.9.2 Interférogramme d'une surface

Si la surface testée s'écarte d'une hauteur $h(x, y)$ du plan idéal, la différence de marche entre les deux bras est, à une inclinaison près,

$$\delta(x, y) = 2h(x, y). \quad (31)$$

Défaut de surface

$$\delta = 2h = p\lambda \implies h = p\frac{\lambda}{2} \quad (32)$$

Chaque frange est une **ligne de niveau** de la surface, et deux franges voisines correspondent à une différence de hauteur de $\lambda/2$. Avec un laser He-Ne ($\lambda = 632,8$ nm), $\lambda/2 = 316,4$ nm. Un défaut de $\lambda/10$ déplace les franges de $2h/\lambda = 0,2$ interfrange.

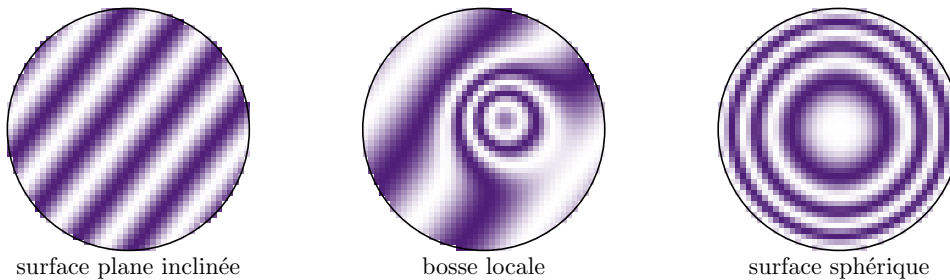


Fig. 26. – Interférogrammes (schématisés) : un miroir plan incliné donne des franges droites, une bosse locale les déforme, une surface sphérique donne des anneaux.

Remarque. La déviation des rayons est négligeable. Une pente locale θ de la surface dévie le rayon réfléchi de 2θ . Pour un pic de N franges, soit une hauteur $h = N\lambda/2$, et de demi-largeur w , on a $2\theta \simeq 2h/w = N\lambda/w$. Avec $N = 2$ ($h = \lambda = 600$ nm) et $w = 0,5$ mm, on trouve $2\theta \simeq 2,4$ mrad, soit un décalage de 0,7 mm au retour d'un bras de 30 cm : bien inférieur à la taille du faisceau. Le faisceau revient donc sur la caméra comme celui d'un plan, et l'interférogramme ne dépend que de la différence de marche $\delta = 2h$. La méthode échoue seulement pour les pentes très fortes (au-delà de quelques mrad) : les franges deviennent plus serrées que les pixels de la caméra.

Lentilles et prismes. Pour tester une lentille, on la place dans le bras de mesure devant un miroir de renvoi qui la fait traverser deux fois : les aberrations déforment les franges (anneaux non équidistants pour l'aberration sphérique) et la mesure d'un écart à la sphère idéale remplace celle d'une hauteur.

2.9.3 Mesure par décalage de phase

Aujourd'hui, le miroir de référence est monté sur une cale piézoélectrique qui le déplace de $\lambda/8$ entre quatre images successives, ce qui décale la phase de $\pi/2$ à chaque fois. Avec $I_k = I_0[1 + \gamma \cos(\varphi + (k-1)\pi/2)]$, on retrouve en chaque pixel

$$\varphi = \arctan\left(\frac{I_4 - I_2}{I_1 - I_3}\right), \quad h = \frac{\varphi\lambda}{4\pi}, \quad (33)$$

ce qui donne la forme de la surface avec une précision de l'ordre de $\lambda/100$.

Remarque. Comparaison avec le Shack-Hartmann. Un analyseur de Shack-Hartmann mesure aussi la forme d'un front d'onde $W(x, y)$, mais par optique géométrique et sans interférence : un réseau de microlentilles de focale f_ℓ forme une grille de points sur une caméra, et le déplacement d'un point, $\Delta x = f_\ell \partial W / \partial x$, donne la **pente** locale du front d'onde, qu'il faut ensuite intégrer. Il n'exige ni référence ni lumière cohérente et supporte de fortes aberrations, mais il est moins précis que le Twyman-Green, qui mesure directement la phase. Les deux méthodes sont complémentaires.

2.9.4 Comparaison avec le Michelson

Critère	Michelson	Twyman-Green
Source	étendue (lampe)	ponctuelle et collimatée (laser)
Éclairage	faisceaux de directions variées	onde plane
Franges	anneaux d'égale inclinaison (lame d'air) ou franges d'égale épaisseur (coin d'air)	lignes de niveau de la surface testée
Usage	mesure de longueurs d'onde et de déplacements, spectrométrie	contrôle de surfaces et d'optiques

En résumé : le Twyman-Green est un Michelson éclairé en onde plane : l'interférogramme cartographie $\delta = 2h(x, y)$, une frange correspond à une hauteur de $\lambda/2$, et le décalage de phase donne la forme d'une surface à mieux que $\lambda/100$.

Pour aller plus loin. D. Malacara (éd.), *Optical Shop Testing*, Wiley ; P. Hariharan, *Optical Interferometry*, Academic Press.

2.10 Objectifs interférométriques de Mirau et de Linnik

Note historique. Vladimir Linnik (1889–1984) conçoit en 1933 un microscope interférentiel : un Michelson dont chaque bras comporte un objectif de microscope. La variante de Mirau, plus compacte, place la lame de référence et la séparatrice à l'intérieur même de l'objectif. Ces objectifs servent aujourd'hui à mesurer la topographie de surfaces, y compris en lumière blanche.

2.11 Interféromètres à cisaillement : Wollaston et Nomarski

Note historique. Le prisme de Wollaston, qui sépare un faisceau en deux composantes polarisées orthogonalement et très proches, est dû à William Hyde Wollaston (début du XIXe siècle). Le contraste interférentiel différentiel est

dû à Francis Hughes Smith, puis développé et breveté en 1952 par Georges Nomarski, physicien d'origine polonaise installé en France : deux images très légèrement décalées l'une de l'autre interfèrent et rendent visibles les variations d'épaisseur ou d'indice d'objets transparents.

2.12 Contraste de phase de Zernike

Note historique. Frits Zernike (Pays-Bas) conçoit au début des années 1930 le microscope à contraste de phase : une lame de phase déphase de $\frac{\pi}{2}$ l'onde non diffractée par rapport à l'onde diffractée par l'objet, ce qui transforme des variations de phase invisibles en variations d'intensité. Il reçoit le prix Nobel de physique en 1953. Le dispositif relève de l'optique de Fourier (filtrage dans le plan focal, voir l'annexe correspondante).

2.13 Interféromètres pour ondes centimétriques et acoustiques

Note historique. Les interféromètres optiques ont des analogues pour d'autres ondes. Heinrich Hertz met en évidence en 1887–1888 les ondes électromagnétiques, notamment par des ondes stationnaires obtenues en réfléchissant l'onde sur un miroir métallique. Pour le son, Georg Quincke décrit en 1866 un tube à deux bras de longueurs réglables dont les ondes interfèrent. Les bancs d'hyperfréquences (Michelson, Fabry-Perot, fentes d'Young pour ondes centimétriques) et le Pérot-Fabry acoustique sont encore utilisés en travaux pratiques, car la longueur d'onde (quelques centimètres) rend les montages manipulables à la main.

2.14 Tomographie par cohérence optique (OCT)

Note historique. La tomographie par cohérence optique est présentée en 1991 par David Huang, Eric Swanson, James Fujimoto et leurs collègues (MIT) : un Michelson éclairé en lumière peu cohérente, où l'interférence n'apparaît que si le bras de référence est à la même profondeur que la couche diffusante observée. Les premières images de rétine in vivo datent de 1993 et le premier appareil d'ophtalmologie est commercialisé en 1996.

Pour aller plus loin. D. Huang et al., *Science* 254, 1178 (1991).

2.15 Holographie

Note historique. Dennis Gabor invente l'holographie en 1947–1948 pour améliorer la microscopie électronique, ce qui lui vaut le prix Nobel de physique en 1971. Faute de source cohérente, la méthode reste confidentielle jusqu'à l'invention du laser : en 1962, Emmett Leith et Juris Upatnieks (États-Unis), puis Youri Denisjuk (URSS), en font une technique à deux ondes très performante.

Pour aller plus loin. D. Gabor, *Nature* 161, 777 (1948) ; E. N. Leith et J. Upatnieks, *Journal of the Optical Society of America* 52, 1123 (1962).

2.16 Interférométrie hétérodyne

Note historique. La détection hétérodyne optique se développe après l'invention du laser (1960). Un rapport de la NASA de 1968 (Massey) décrit un système où l'un des faisceaux est décalé en fréquence par diffraction pour mesurer des vibrations. Chez Hewlett-Packard, un laser Zeeman à deux fréquences stabilisé apparaît en 1966, un brevet de Bagley et ses collègues est délivré en 1969 et l'interféromètre HP 5525A est commercialisé en 1970. Ce type d'appareil est devenu une référence de la métrologie dimensionnelle.

Pour aller plus loin. P. Hariharan, *Optical Interferometry*, Academic Press ; A. E. Dukes et E. I. Gordon, *Hewlett-Packard Journal* (1970).

2.17 Modulateurs électro-optiques : effets Kerr et Pockels

Note historique. John Kerr (Écosse) découvre en 1875 la biréfringence induite par un champ électrique dans un liquide ou un solide isotrope, proportionnelle au carré du champ. Friedrich Pockels étudie en 1893 l'effet linéaire dans certains cristaux. Ces cellules servent de modulateurs de phase ou de polarisation dans de nombreux montages interférométriques, notamment hétérodynes.

Interféromètres à ondes multiples

□ Principe

De même manière qu'un rayon (ou faisceau) lumineux peut être séparé en deux composantes cohérentes entre elles et pouvant interférer, il est possible de rendre cette division plus complexe et donc de provoquer des interférences à plus de 2 ondes : ce sont les interféromètres à ondes multiples, ou *interféromètres à n ondes*.

3.2 Réseau de diffraction (division du front d'onde)

Note historique. Le premier réseau est dû à David Rittenhouse (1785), qui tend des cheveux entre deux vis. Joseph Fraunhofer réalise en 1821 des réseaux de fils fins et mesure avec eux les longueurs d'onde des raies solaires. Dans les années 1880, Henry Rowland grave des réseaux d'une qualité inégalée et invente le réseau concave.

3.2.1 Principe

Un réseau est formé de N fentes (ou traits) identiques, équidistantes du pas a , éclairées par une onde plane. Chaque fente diffracte la lumière et joue le rôle d'une source secondaire : c'est une division du front d'onde en N ondes. À l'infini, dans la direction θ pour une incidence θ_i , deux fentes voisines diffèrent en marche de $\delta = a(\sin \theta - \sin \theta_i)$, soit en phase de $\varphi = 2\pi\delta/\lambda$. Les N ondes sont en phase quand $\delta = p\lambda$, avec p entier.

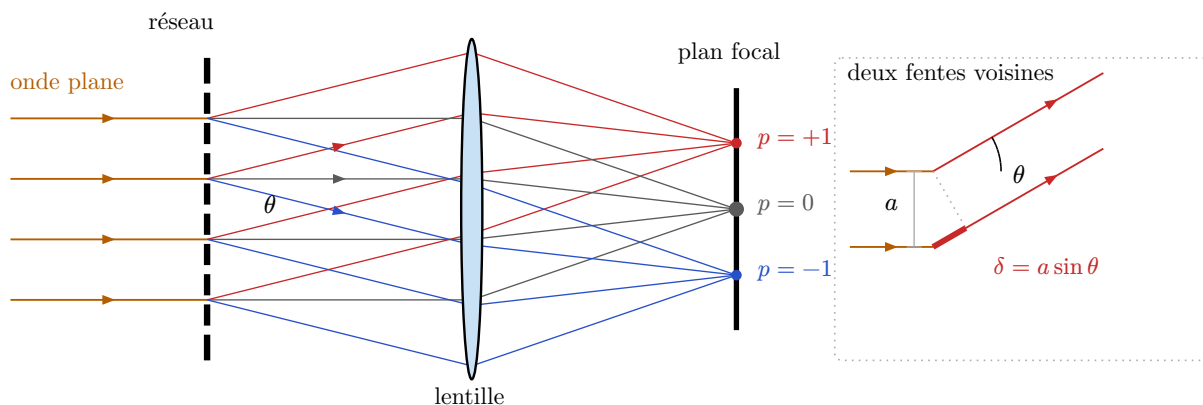


Fig. 27. – Réseau éclairé par une onde plane : les ordres $p = 0, \pm 1$ sont focalisés par une lentille. À droite, la différence de marche $\delta = a \sin \theta$ entre deux fentes voisines (angle exagéré).

Formule des réseaux

$$a(\sin \theta_p - \sin \theta_i) = p\lambda \quad (34)$$

Le nombre d'ordres est limité par $|\sin \theta_p| \leq 1$. Ordre de grandeur : un réseau de 600 traits/mm ($a = 1,67 \mu\text{m}$), éclairé à incidence normale par la raie du sodium ($\lambda = 589 \text{ nm}$), diffracte à $\theta_1 = 20,7^\circ$ et possède les ordres $p = -2$ à $+2$.

3.2.2 Intensité diffractée

La somme des N ondes, de même amplitude et déphasées de φ de fente en fente, est une série géométrique $\sum_{k=0}^{N-1} e^{jk\varphi} = (1 - e^{jN\varphi})/(1 - e^{j\varphi})$, d'où l'éclairement, avec I_1 celui d'une seule fente :

$$I = I_1 \left(\frac{\sin(N\varphi/2)}{\sin(\varphi/2)} \right)^2. \quad (35)$$

Les maxima principaux, de valeur $N^2 I_1$, sont aux ordres $\varphi = 2\pi p$. Entre deux d'entre eux, il y a $N - 1$ zéros et $N - 2$ maxima secondaires faibles. Le premier zéro suivant un maximum est à $N\varphi/2 = \pi$, d'où une largeur angulaire $\Delta\theta \simeq \lambda/(Na \cos \theta)$: plus N est grand, plus les pics sont fins.

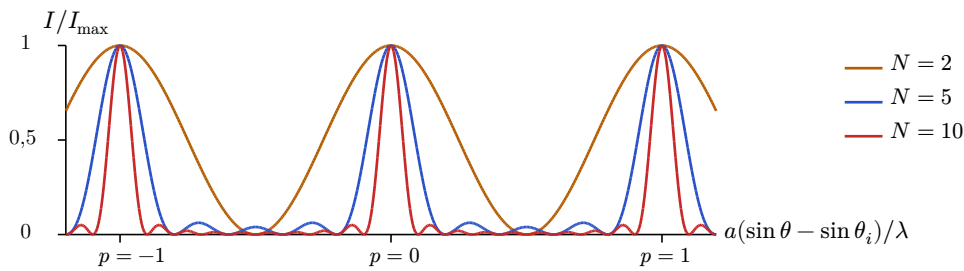


Fig. 28. – Intensité diffractée par N fentes, normalisée : les pics se resserrent quand N augmente.

3.2.3 Dispersion et pouvoir de résolution

La dispersion angulaire vaut $d\theta/d\lambda = p/(a \cos \theta)$. Deux longueurs d'onde λ et $\lambda + \delta\lambda$ sont séparées (critère de Rayleigh) quand le maximum de l'une tombe sur le premier zéro de l'autre, soit $(d\theta/d\lambda)\delta\lambda = \lambda/(Na \cos \theta)$.

Pouvoir de résolution

$$\frac{\lambda}{\delta\lambda} = pN \quad (36)$$

Pour le doublet du sodium, $\lambda/\delta\lambda \simeq 1000$: au premier ordre, $N = 1000$ traits, soit 0,6 mm de réseau à 600 traits/mm, suffisent. Un réseau de 25 mm contient $N = 15\,000$ traits : $\lambda/\delta\lambda = 1,5 \cdot 10^4$.

3.2.4 Limite de taille

Avec $L = Na$ la largeur éclairée, $pN = L(\sin \theta - \sin \theta_i)/\lambda \leq 2L/\lambda$: la résolution ne dépend que de la taille du réseau, pas de son pas. Pour $L = 10$ cm et $\lambda = 500$ nm, $\lambda/\delta\lambda \leq 4 \cdot 10^5$. Au-delà, il faudrait un réseau plus grand, très difficile à graver, ou des mosaïques de réseaux. Un Fabry-Pérot de 5 mm d'épaisseur atteint déjà $6 \cdot 10^5$: pour les très hautes résolutions, les interféromètres prennent le relais.

3.2.5 Types de réseaux

Type	Principe	Usage
Transmission	fentes ou traits opaques sur une lame de verre	travaux pratiques, 100 à 1000 traits/mm
Gravé, en réflexion	traits gravés au diamant sur une surface métallisée	spectromètres, monochromateurs
Blazé	traits en dents de scie qui concentrent la lumière dans un ordre	rendement jusqu'à 80 %
Holographique	franges de deux faisceaux laser enregistrées dans une résine	peu de lumière parasite, ultraviolet
Échelle	grand pas, ordres élevés ($p \sim 10$ à 100)	très haute résolution en astronomie

Prix. Un réseau de laboratoire de 25 mm $\times$ 25 mm, à 600 traits/mm, coûte environ 100 à 200 € ; il est copié à partir d'un réseau maître, bien plus cher à graver. Les lames de réseau en plastique pour les travaux pratiques ne coûtent que quelques euros.

3.2.6 Réseaux dans la vie courante

Les pistes d'un CD (pas 1,6 μm), d'un DVD (0,74 μm) et d'un Blu-ray (0,32 μm) forment un réseau en réflexion : les irisations de leur tranche en sont la signature. À incidence normale, $a = \lambda/\sin \theta_1$. Avec un laser de 633 nm, un CD diffracte à $\theta_1 \simeq 23^\circ$ et un DVD à 59° , ce qui permet de mesurer leur pas avec un pointeur laser. Pour le Blu-ray, a est inférieur à λ : il ne diffracte pas la lumière visible. Les plumes et les ailes de papillon donnent des irisations de même nature.

3.2.7 Du réseau au cristal

Un cristal est un réseau à trois dimensions : des plans atomiques, espacés de d , réfléchissent partiellement les rayons X, et les ondes réfléchies sont en phase si

$$2d \sin \theta = p\lambda \quad (\text{loi de Bragg}). \quad (37)$$

Max von Laue observe la diffraction des rayons X par un cristal en 1912, puis W. H. et W. L. Bragg en déduisent la structure de cristaux (1913). Il faut $\lambda \lesssim 2d$, soit des rayons X pour d de l'ordre de 0,1 à 0,3 nm.

Pour aller plus loin. J.-P. Pérez, *Optique : fondements et applications*, Dunod ; E. Hecht, *Optique*, Pearson ; C. Palmer et E. Loewen, *Diffraction Grating Handbook*, Newport.

3.3 Interféromètre de Fabry-Pérot

Note historique. Charles Fabry (1867–1945) et Alfred Pérot (1863–1925) présentent leur interféromètre dès 1897 (description détaillée en 1899), à Marseille. Il sert à la spectroscopie de haute résolution et à la mesure du mètre en longueurs d'onde ; Fabry et Buisson l'utilisent en 1913 pour mettre en évidence la couche d'ozone.

3.3.1 Principe

Interféromètre à **division d'amplitude à ondes multiples** : deux lames à faces parallèles, partiellement réfléchissantes (coefficient de réflexion en intensité R , de transmission $T = 1 - R$, absorption négligeable), séparées par une lame d'air d'épaisseur e et d'indice n . Un rayon incident donne une infinité de rayons transmis parallèles, d'amplitudes en progression géométrique décroissante, qui interfèrent à l'infini ou dans le plan focal d'une lentille. Le Michelson superpose deux ondes, le Fabry-Pérot en superpose un grand nombre : les franges sont beaucoup plus fines.

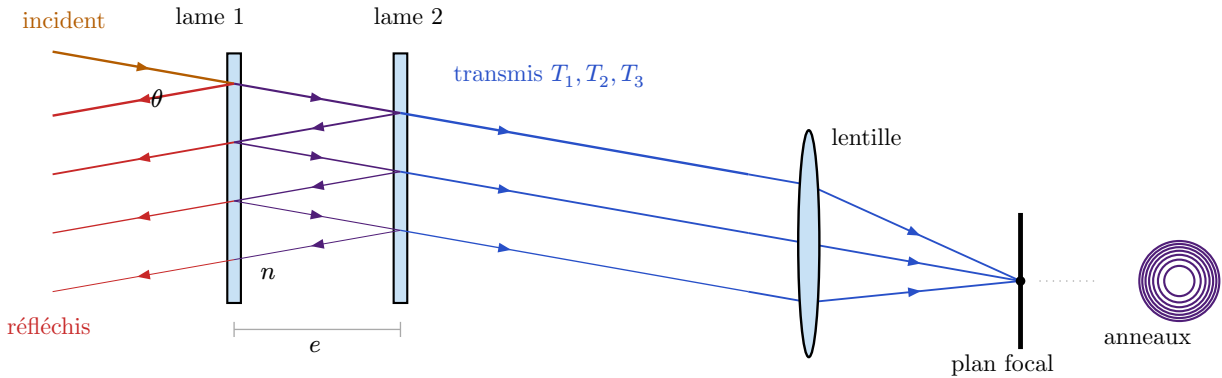


Fig. 29. – Fabry-Pérot : un rayon incident, d'angle θ , donne des rayons réfléchis et transmis d'amplitudes décroissantes. Les rayons transmis interfèrent dans le plan focal de la lentille et forment des anneaux (angle d'incidence très exagéré).

3.3.2 Intensité transmise : fonction d'Airy

Deux rayons transmis successifs sont déphasés de $\varphi = 4\pi ne \cos \theta / \lambda$. Avec $r^2 = R$ et $t^2 = T$ les coefficients en amplitude, le rayon k a l'amplitude $E_0 t^2 r^{2k}$ et la phase $k\varphi$: l'amplitude transmise est la somme d'une série géométrique de raison $Re^{j\varphi}$,

$$E_t = E_0 T (1 + Re^{j\varphi} + R^2 e^{2j\varphi} + \dots) = \frac{E_0 T}{1 - Re^{j\varphi}}. \quad (38)$$

L'éclairement transmis s'en déduit, avec $T = 1 - R$:

$$\frac{I_t}{I_0} = \frac{T^2}{(1 - Re^{j\varphi})(1 - Re^{-j\varphi})} = \frac{T^2}{(1 - R)^2 + 4R \sin^2(\varphi/2)}. \quad (39)$$

Fonction d'Airy

$$\frac{I_t}{I_0} = \frac{1}{1 + m \sin^2(\varphi/2)}, \quad m = \frac{4R}{(1 - R)^2} \quad (40)$$

La transmission vaut 1 pour $\varphi = 2\pi p$, c'est-à-dire $2ne \cos \theta = p\lambda$: la lame transmet toute la lumière aux résonances, quel que soit R , et presque rien entre elles pour R voisin de 1.

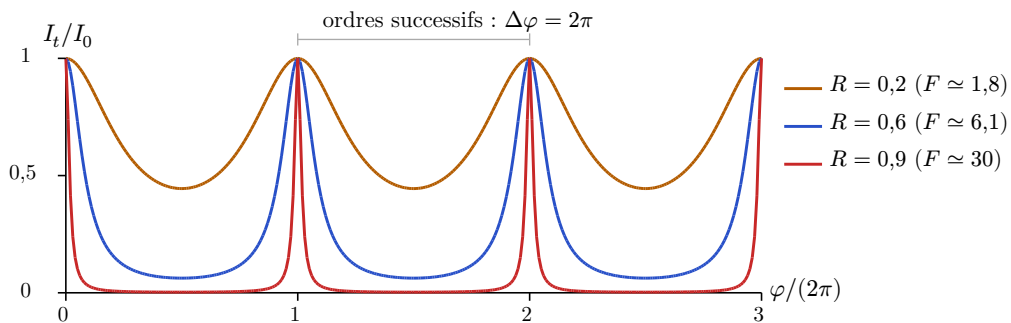


Fig. 30. – Fonction d'Airy pour trois valeurs de R : plus R est grand, plus les pics sont fins (finesse F croissante).

3.3.3 Finesse

Autour d'un maximum, l'éclairement tombe à la moitié pour $m \sin^2(\varphi/2) = 1$, soit $\varphi = 2\pi p \pm 2/\sqrt{m}$. La largeur à mi-hauteur vaut donc $\Delta\varphi = 4/\sqrt{m} = 2(1-R)/\sqrt{R}$, et on définit la finesse comme le nombre de pics que l'on peut loger dans un ordre :

$$F = \frac{2\pi}{\Delta\varphi} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}. \quad (41)$$

3.3.4 Intervalle spectral libre et résolution

À incidence normale, $\varphi = 4\pi ne\nu/c$: les pics sont espacés, en fréquence, de l'intervalle spectral libre $\Delta\nu_{\text{ISL}} = c/(2ne)$, soit $\Delta\lambda = \lambda^2/(2ne)$ en longueur d'onde. Chaque pic a la largeur $\delta\nu = \Delta\nu_{\text{ISL}}/F$. Deux raies sont séparées si leur écart dépasse $\delta\nu$; pour que les ordres ne se recouvrent pas, le spectre étudié doit en outre être plus étroit que $\Delta\nu_{\text{ISL}}$.

Pouvoir de résolution

$$\frac{\lambda}{\delta\lambda} = pF, \quad p = \frac{2ne}{\lambda} \quad (42)$$

Ordre de grandeur : $R = 0,9$, $e = 5$ mm, $n = 1$ et $\lambda = 500$ nm donnent $F \simeq 30$, un intervalle spectral libre de 30 GHz (0,025 nm), des pics de 1 GHz, un ordre $p = 2 \cdot 10^4$ et un pouvoir de résolution de $6 \cdot 10^5$.

3.3.5 Anneaux et applications

Avec une source étendue et une lentille, on observe dans le plan focal des anneaux d'égale inclinaison, comme pour la lame d'air du Michelson, mais fins et brillants sur fond sombre quand R est grand, au lieu de franges sinusoïdales. Si l'on fixe e (étalon), on obtient un filtre ou une référence de fréquence ; si l'on fait varier e ou n , on balaie le spectre. Le Fabry-Pérot sert en spectroscopie de haute résolution (structures fine et hyperfine), de cavité résonnante pour les lasers, et de bras dans les interféromètres de LIGO.

Pour aller plus loin. J.-P. Pérez, *Optique : fondements et applications*, Dunod ; Ch. Fabry et A. Pérot, *Annales de chimie et de physique* (1899) ; P. Hariharan, *Optical Interferometry*, Academic Press.

3.4 Filtre interférométrique

Note historique. Premiers filtres interférentiels à couches minces à la fin des années 1930 (Geffcken, 1939) ; les miroirs multicouches diélectriques, développés ensuite, donnent des bandes de l'ordre du nanomètre.

3.4.1 Principe

Un filtre interférométrique est un Fabry-Pérot à couches minces : les deux « lames » sont des **miroirs de Bragg**, empilements de couches diélectriques d'indices alternés et séparées par une couche d'épaisseur e , l'espaceur. Il ne transmet qu'une bande étroite autour de λ_0 , avec $2ne = p\lambda_0$ et un ordre p petit (1 ou 2).

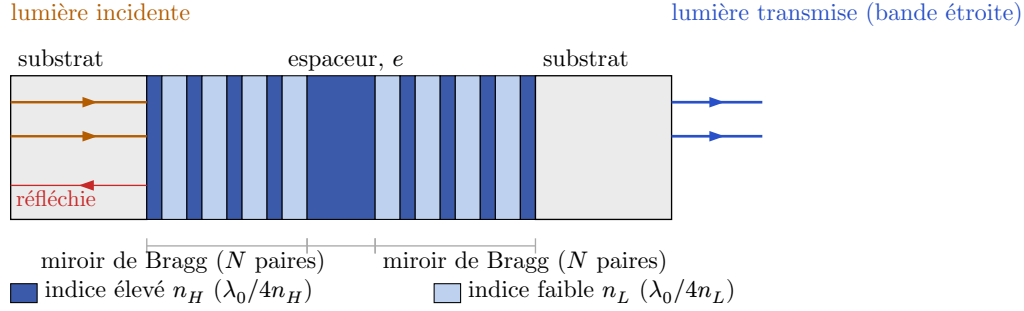


Fig. 31. – Filtre interférométrique : espaceur demi-onde entre deux miroirs de Bragg à couches quart d'onde (échelle non respectée).

3.4.2 Miroirs de Bragg

Chaque couche a une épaisseur optique $\lambda_0/4$: un aller-retour ajoute une différence de marche $\lambda_0/2$, soit un déphasage de π . Le coefficient de réflexion change de signe d'une interface à la suivante, ce qui ajoute un second déphasage de π : toutes les ondes réfléchies sont en phase. Le coefficient de réflexion R tend vers 1 avec le nombre N de paires, sur une zone de largeur relative

$$\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_0} = \frac{4}{\pi} \arcsin\left(\frac{n_H - n_L}{n_H + n_L}\right), \quad (43)$$

soit environ 29% pour $n_H = 2,3$ (TiO_2) et $n_L = 1,46$ (SiO_2).

3.4.3 Bande passante

L'espaceur est une cavité de Fabry-Pérot : on retrouve la fonction d'Airy, avec des miroirs de réflectance R très proche de 1. La bande transmise a pour largeur $\delta\lambda = \lambda_0/(pF)$, où $F = \pi\sqrt{R}/(1-R)$ est la finesse. Comme p est petit, l'intervalle spectral libre λ_0/p est immense : une seule bande dans le visible.

Largeur de la bande passante

$$\delta\lambda = \frac{\lambda_0}{pF}, \quad F = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} \quad (44)$$

Ordre de grandeur : $R = 0,99$ donne $F \simeq 310$; avec $p = 1$ et $\lambda_0 = 550$ nm, la bande passante vaut $\delta\lambda \simeq 1,8$ nm.

3.4.4 Incidence oblique

La condition de transmission devient $2ne \cos \theta' = p\lambda$, où θ' est l'angle de réfraction dans l'espaceur. La longueur d'onde transmise diminue donc quand on incline le filtre :

$$\lambda_0(\theta) \simeq \lambda_0 \left(1 - \frac{\sin^2 \theta}{2n^2}\right). \quad (45)$$

Pour $n = 2$ et $\theta = 10^\circ$, le décalage vaut environ -2 nm, comparable à la bande passante : on peut accorder le filtre en l'inclinant.

En résumé : Fabry-Pérot à miroirs de Bragg et à espaceur très mince, de bande passante de quelques nanomètres, pour isoler une raie ou séparer des canaux.

Pour aller plus loin. H. A. Macleod, *Thin-Film Optical Filters*, CRC Press ; M. Born et E. Wolf, *Principles of Optics*, Cambridge University Press.

3.5 Multicouches diélectriques : miroirs de Bragg et traitements antireflets

Note historique. En 1886, lord Rayleigh remarque que des verres ternis par le temps transmettent plus de lumière que des verres neufs : une fine couche d'indice intermédiaire réduit la réflexion. Les premiers traitements antireflets déposés sous vide apparaissent dans les années 1930 (Alexander Smakula, Zeiss, 1935). L'empilement de couches alternativement d'indice haut et bas, d'épaisseur un quart d'onde, donne ensuite les miroirs diélectriques et les filtres interférentiels modernes.

Pour aller plus loin. H. A. Macleod, *Thin-Film Optical Filters*, CRC Press.

3.6 Réseau de Bragg sur fibre optique

Note historique. Kenneth Hill et ses collègues (Centre de recherches sur les communications, Canada) observent en 1978 la photosensibilité d'une fibre dopée au germanium : l'onde laser qui se réfléchit sur elle-même y inscrit un réseau d'indice. En 1989, Gerald Meltz et ses collègues inscrivent des réseaux de pas choisis par exposition latérale à des franges ultraviolettes, ce qui ouvre la voie aux filtres, aux multiplexeurs et aux capteurs de contrainte et de température.

Pour aller plus loin. K. O. Hill et G. Meltz, *Journal of Lightwave Technology* 15, 1263 (1997).

3.7 Échelon de Michelson

Note historique. Albert Michelson décrit en 1898 son échelon : une pile de lames de verre de même épaisseur, décalées en escalier, qui disperse la lumière avec un pouvoir de résolution très élevé et sert à étudier la structure fine des raies spectrales.

3.7.1 Principe

L'échelon de Michelson est un **réseau par transmission** dont les « traits » sont des marches de verre. On empile N lames de verre identiques d'épaisseur t (de l'ordre du centimètre), chacune décalée de s (de l'ordre du millimètre) par rapport à la précédente. Une onde plane qui traverse l'ensemble est divisée en N ondes par les marches, comme pour un réseau, mais deux marches voisines diffèrent du chemin $(n-1)t$ dans le verre.

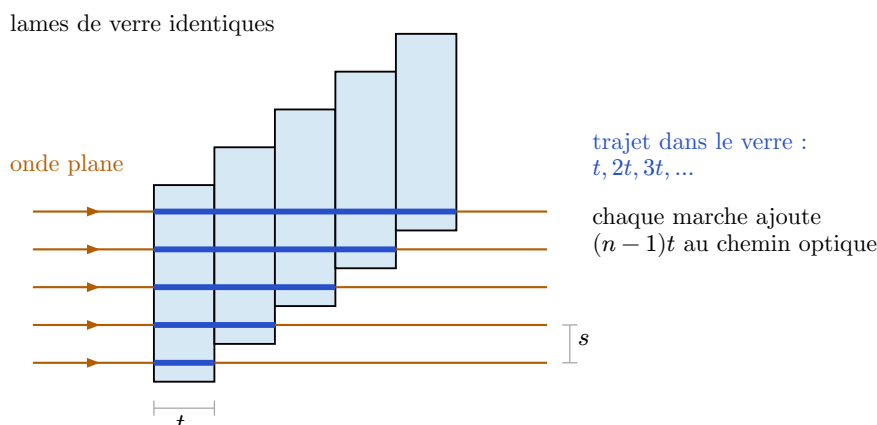


Fig. 32. – Échelon de Michelson (5 lames dessinées, de nombreuses lames en pratique) : à la hauteur de la j -ième marche, le rayon traverse j lames, soit jt de verre.

3.7.2 Maxima de l'éclairement

Pour une onde diffractée dans la direction θ , comptée positivement du côté des marches les moins épaisses, la différence de marche entre deux marches voisines est

$$\Delta = (n-1)t + s \sin \theta. \quad (46)$$

Les maxima sont aux angles tels que $\Delta = p\lambda$. Comme $(n-1)t$ est très grand devant λ , l'ordre p est énorme : pour $t = 1$ cm, $n = 1,5$ et $\lambda = 500$ nm, $p \simeq (n-1)t/\lambda = 10^4$.

L'éclairement est celui d'un réseau de N fentes, multiplié par l'enveloppe de diffraction d'une marche de largeur s :

$$I = I_1 \left(\frac{\sin(\pi s \theta / \lambda)}{\pi s \theta / \lambda} \right)^2 \left(\frac{\sin(N \pi \Delta / \lambda)}{N \sin(\pi \Delta / \lambda)} \right)^2. \quad (47)$$

L'enveloppe a la même largeur angulaire λ/s que l'écart entre deux ordres consécutifs : la lumière se concentre sur **un ou deux ordres seulement**.

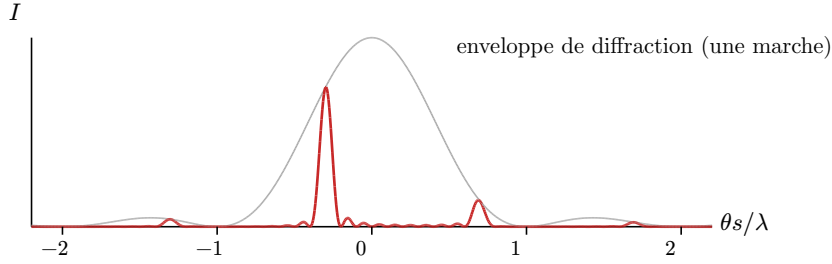


Fig. 33. – Éclairement de l'échelon en fonction de $\theta s/\lambda$ (ici $N = 10$) : seuls quelques ordres tombent sous l'enveloppe de diffraction.

3.7.3 Pouvoir de résolution et intervalle spectral libre

Au voisinage de $\theta = 0$, p varie comme $(n-1)t/\lambda$, d'où la dispersion $d\theta/d\lambda \simeq p/s$ et un pouvoir de résolution comme pour tout réseau : $\lambda/\delta\lambda = pN$. Les ordres sont très proches en longueur d'onde, d'où un intervalle spectral libre très petit :

Échelon de Michelson

$$\frac{\lambda}{\delta\lambda} = pN \simeq N(n-1)\frac{t}{\lambda}, \quad \Delta\lambda_{\text{ISL}} \simeq \frac{\lambda^2}{(n-1)t} \quad (48)$$

Pour $N = 20$, $t = 1$ cm, $n = 1,5$ et $\lambda = 500$ nm : $\lambda/\delta\lambda \simeq 2 \cdot 10^5$, soit $\delta\lambda \simeq 2,5$ pm, et $\Delta\lambda_{\text{ISL}} \simeq 0,05$ nm. À $s = 1$ mm, la dispersion vaut environ 10 mrad/nm.

Pour être exact, n doit être remplacé par l'indice de groupe, ce qui change ces valeurs d'environ 10 %. L'ordre de grandeur est suffisant ici.

Exemple : effet Zeeman. Dans un champ de 1 T, les composantes d'une raie du visible à 500 nm sont écartées de $\Delta\nu \simeq 14$ GHz, soit $\Delta\lambda = \lambda^2 \Delta\nu / c \simeq 0,012$ nm. C'est bien plus que $\delta\lambda$ et moins que $\Delta\lambda_{\text{ISL}}$: l'échelon sépare ces composantes sans recouvrement d'ordres.

3.7.4 Comparaison avec le réseau et le Fabry-Perot

Instrument	Ordre p	Pouvoir de résolution	Intervalle spectral libre
Réseau (25 mm, 600 traits/mm)	~ 1	$1,5 \cdot 10^4$	toute la gamme visible
Échelon ($N = 20$, $t = 1$ cm)	$\sim 10^4$	$\sim 2 \cdot 10^5$	$\sim 0,05$ nm
Fabry-Perot ($e = 5$ mm, finesse 30)	$\sim 2 \cdot 10^4$	$\sim 6 \cdot 10^5$	$\sim 0,025$ nm

L'échelon comble l'écart entre les réseaux, très peu résolus mais d'intervalle spectral libre immense, et les Fabry-Perot, très résolus. Comme son intervalle spectral libre est étroit, on le fait précéder d'un monochromateur (prisme, réseau) qui sélectionne une petite plage de longueurs d'onde. Sa version en réflexion donne le réseau **échelle**, utilisé en astronomie.

Limites. Les lames doivent être identiques et très soigneusement taillées en épaisseur, et l'échelon ne fonctionne que sur une plage étroite de longueurs d'onde : il a été largement remplacé par le Fabry-Perot, plus simple à régler.

En résumé : l'échelon de Michelson est un réseau en escalier dont deux marches voisines diffèrent de $(n-1)t$: à ordre énorme ($p \sim 10^4$) et à N marches, il atteint $\lambda/\delta\lambda = pN \sim 2 \cdot 10^5$ avec un intervalle spectral libre de l'ordre de 0,05 nm, ce qui le réserve à l'étude de structures fines de raies isolées.

Pour aller plus loin. A. A. Michelson, *Astrophysical Journal* 8, 37 (1898) ; P. Hariharan, *Optical Interferometry*, Academic Press.

3.8 lame de Lummer-Gehrcke

Note historique. Otto Lummer et Ernst Gehrcke présentent vers 1902 un interféromètre formé d'une lame de verre ou de quartz épaisse à faces parallèles, dans laquelle la lumière, injectée sous incidence rasante par un prisme, subit de nombreuses réflexions internes. Il offre une très haute résolution et sert à l'étude de la structure fine des raies spectrales.

3.9 Fabry-Perot confocal

Note historique. Pierre Connes étudie en 1956–1958 des interféromètres de Fabry-Perot à miroirs sphériques, notamment la configuration confocale, dans laquelle les deux miroirs ont un foyer commun. Dans les années 1960, Michael Hercher et d'autres en font un analyseur de spectre à balayage pour les lasers.

Pour aller plus loin. P. Connes, *Revue d'optique* 35, 37 (1956) ; M. Hercher, *Applied Optics* 7, 951 (1968).

3.10 Interféromètre de Gires-Tournois

Note historique. François Gires et Pierre Tournois décrivent en 1964 un Fabry-Perot dont l'un des miroirs est totalement réfléchissant. L'étalon renvoie toute la lumière mais introduit un déphasage qui dépend fortement de la fréquence : on s'en sert pour compenser la dispersion et comprimer des impulsions lumineuses.

Pour aller plus loin. F. Gires et P. Tournois, *Comptes rendus de l'Académie des sciences* 258, 6112 (1964).

3.11 Filtre de Lyot

Note historique. Bernard Lyot (1897–1952), astronome à l'observatoire de Meudon, invente en 1933 un filtre fait de lames biréfringentes d'épaisseurs en progression géométrique, placées entre des polariseurs. Très sélectif en longueur d'onde, il permet d'observer le Soleil en lumière monochromatique, notamment les protubérances en raie H-alpha. Associé au coronographe que Lyot a inventé en 1930, il dispense d'attendre une éclipse.

Pour aller plus loin. B. Lyot, *Annales d'astrophysique* 7, 31 (1944).

Interféromètres quantiques

□ Principe

Les interféromètres précédents utilisent des ondes lumineuses. En 1924, Louis de Broglie associe à toute particule de quantité de mouvement p une onde de longueur d'onde $\lambda = h/p$: on peut donc construire les mêmes dispositifs avec des électrons, des neutrons, des atomes ou des molécules, avec des longueurs d'onde bien plus courtes (quelques picomètres pour des électrons accélérés sous 50 kV). L'interférence quantique soulève aussi des questions sans équivalent classique : une particule isolée interfère avec elle-même, la phase mesurée peut dépendre de potentiels qui n'agissent pas localement (Aharonov-Bohm), de la gravité (neutrons, atomes) ou de l'indiscernabilité des particules (Hong-Ou-Mandel).

4.2 Fentes d'Young pour les particules

Note historique. L'hypothèse de de Broglie est confirmée en 1927 par la diffraction d'électrons sur un cristal de nickel (Davisson et Germer). Claus Jönsson réalise en 1961 la première expérience de fentes d'Young avec des électrons. Merli, Missiroli et Pozzi (1974) puis Tonomura et ses collègues (1989) observent les franges se construire électron par électron. Zeilinger et ses collègues réalisent l'expérience avec des neutrons en 1988, Arndt et ses collègues avec des molécules de C_{60} en 1999.

Chaque particule arrive en un point de l'écran, mais l'histogramme des impacts reproduit les franges d'Young, d'interfrange $i = \lambda D/a$ avec $\lambda = h/p$. Les franges subsistent quand les particules sont envoyées une par une : chaque particule interfère avec elle-même. Si l'on détecte par quelle fente elle est passée, les franges disparaissent.

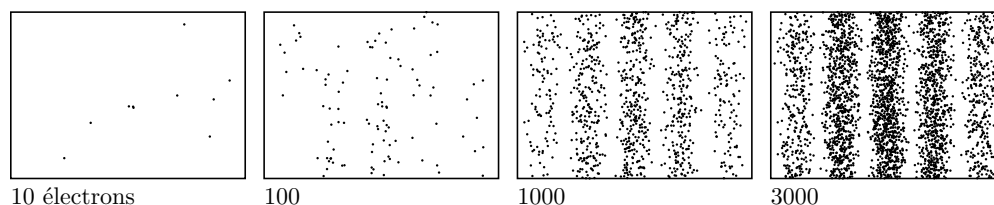


Fig. 34. – Construction des franges impact par impact (simulation schématique) : chaque particule est détectée en un point, et c'est l'ensemble des impacts qui dessine les franges d'Young.

Longueur d'onde de de Broglie d'un électron

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU}} \simeq \frac{1,23 \text{ nm}}{\sqrt{U \text{ (en V)}}} \quad (49)$$

Pour $U = 50 \text{ kV}$, $\lambda \simeq 5,5 \text{ pm}$ (5,4 pm avec la correction relativiste), soit environ 10^5 fois moins que la lumière visible.

Pour aller plus loin. C. Jönsson, *Zeitschrift für Physik* 161, 454 (1961) ; A. Tonomura et al., *American Journal of Physics* 57, 117 (1989) ; M. Arndt et al., *Nature* 401, 680 (1999).

4.3 Interféromètre de Ramsey

Note historique. Norman Ramsey imagine en 1949 la méthode des champs oscillants séparés pour la résonance magnétique moléculaire, ce qui lui vaut le prix Nobel de physique en 1989. Elle est à la base des horloges atomiques : depuis 1967, la seconde est définie par la transition hyperfine du césium 133, à 9 192 631 770 Hz.

Un atome à deux niveaux reçoit deux impulsions $\pi/2$ de fréquence ω séparées par un temps d'évolution libre T . Les impulsions jouent le rôle de séparatrices et l'évolution libre celui des bras : la population du niveau excité oscille avec le désaccord $\delta = \omega - \omega_0$.

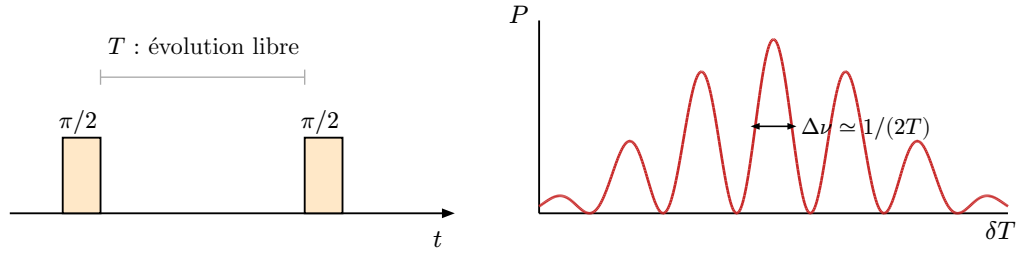


Fig. 35. – Interféromètre de Ramsey : deux impulsions $\pi/2$ séparées de T (à gauche), et franges de la population finale en fonction du désaccord (à droite), dont la frange centrale a une largeur $\Delta\nu \simeq 1/(2T)$.

Franges de Ramsey

$$P = \frac{1 + \cos(\delta T)}{2}, \quad \Delta\nu \simeq \frac{1}{2T} \quad (50)$$

La frange centrale a une largeur $\Delta\nu$ à mi-hauteur inversement proportionnelle à T . Dans une fontaine à césium, $T \simeq 0,5$ s, soit $\Delta\nu \simeq 1$ Hz pour une fréquence de 9,2 GHz.

Pour aller plus loin. N. F. Ramsey, *Physical Review* 78, 695 (1950) ; C. Cohen-Tannoudji, B. Diu et F. Laloë, *Mécanique quantique*, Hermann.

4.4 Biprisme à électrons de Möllenstedt

Note historique. Gottfried Möllenstedt et Heinrich Düker réalisent au milieu des années 1950 un biprisme pour électrons, analogue de celui de Fresnel. Il est devenu l'outil de base de l'holographie électronique.

Un filament conducteur de diamètre inférieur au micromètre, porté à un potentiel de quelques volts et placé entre deux plaques à la masse, dévie les électrons de part et d'autre. Les deux faisceaux semblent issus de deux sources virtuelles séparées de a et donnent des franges d'interfrange $i = \lambda D/a$, comme pour le biprisme de Fresnel ; la tension du filament règle a et donc l'interfrange. Le dispositif sert à mesurer la phase des électrons qui traversent un échantillon, donc les champs électrique et magnétique qu'il contient.

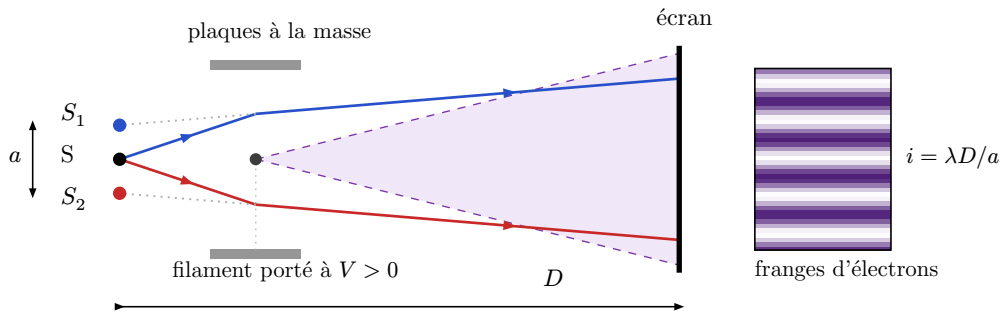


Fig. 36. – Biprisme de Möllenstedt : un filament fin, porté à un potentiel $V > 0$ entre deux plaques à la masse, dévie vers lui les électrons qui passent de part et d'autre. Les deux faisceaux semblent issus de deux sources virtuelles S_1 et S_2 séparées de a et se recouvrent dans la zone violette, où apparaissent des franges d'interfrange $i = \lambda D/a$.

Pour aller plus loin. G. Möllenstedt et H. Düker, *Zeitschrift für Physik* 145, 377 (1956) ; F. Hasselbach, *Reports on Progress in Physics* 73, 016101 (2010).

4.5 Effet Aharonov-Bohm

Note historique. Werner Ehrenberg et Raymond Siday évoquent l'effet dès 1949 ; David Bohm et Yakir Aharonov l'analysent en 1959. R. G. Chambers le met en évidence en 1960 avec un biprisme à électrons et un fin whisker de fer aimanté, et Akira Tonomura le confirme en 1986 avec un aimant torique entouré d'un blindage supraconducteur.

Des électrons contournent un solénoïde de flux Φ dans lequel le champ magnétique est confiné : ils ne traversent jamais de zone où $\mathbf{B} \neq 0$. Leur fonction d'onde acquiert pourtant sur chaque chemin la phase $(q/\hbar) \int \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}$, d'où un déphasage entre les deux bras.

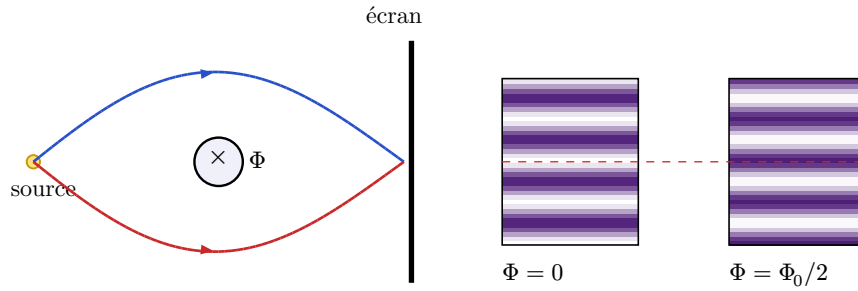


Fig. 37. – Effet Aharonov-Bohm : les deux faisceaux contournent un solénoïde où le champ magnétique est confiné ; le flux Φ décale les franges de Φ/Φ_0 interfrange (ici une demi-frange pour $\Phi = \Phi_0/2$).

Effet Aharonov-Bohm

$$\Delta\varphi = \frac{e\Phi}{\hbar} = 2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}, \quad \Phi_0 = \frac{h}{e} \simeq 4,1 \cdot 10^{-15} \text{ Wb} \quad (51)$$

Le potentiel vecteur $\mathbf{A}$ a un effet physique mesurable même là où $\mathbf{B} = 0$: seule sa circulation, c'est-à-dire le flux, est invariante de jauge.

Pour aller plus loin. Y. Aharonov et D. Bohm, *Physical Review* 115, 485 (1959) ; A. Tonomura et al., *Physical Review Letters* 56, 792 (1986) ; M. Peshkin et A. Tonomura, *The Aharonov-Bohm Effect*, Springer.

4.6 Interférences de Josephson : le SQUID

Note historique. Brian Josephson prédit en 1962 le courant tunnel entre deux supraconducteurs séparés par une barrière isolante fine (prix Nobel 1973). Jaklevic, Lambe, Silver et Mercereau observent en 1964 les interférences entre deux jonctions montées en parallèle, ancêtre du SQUID à courant continu. La quantification du flux dans un anneau supraconducteur, en unités de $h/2e$, avait été mesurée en 1961.

Un anneau supraconducteur interrompu par deux jonctions de Josephson est un interféromètre de Mach-Zehnder pour les paires de Cooper : les deux jonctions sont les deux bras. Pour un SQUID symétrique d'inductance négligeable, le courant critique dépend du flux Φ dans l'anneau :

SQUID

$$I_c(\Phi) = 2I_0 \left| \cos\left(\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}\right) \right|, \quad \Phi_0 = \frac{h}{2e} \simeq 2,07 \cdot 10^{-15} \text{ Wb} \quad (52)$$

En mesurant le flux à $10^{-6}\Phi_0$ près, on détecte pour une boucle de 1 mm^2 des champs de l'ordre du femtoTesla : magnétoencéphalographie, géophysique.

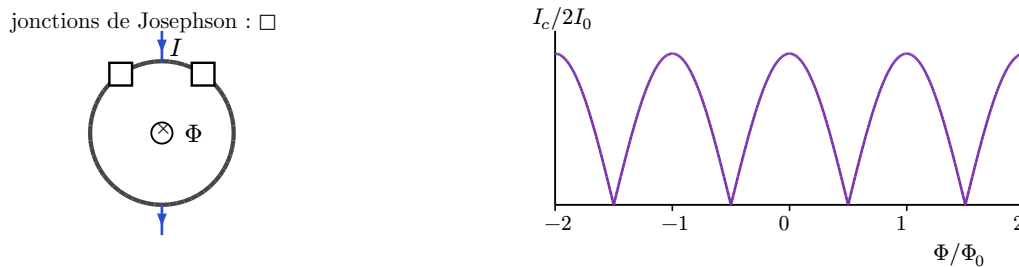


Fig. 38. – SQUID : anneau supraconducteur interrompu par deux jonctions de Josephson (à gauche) et courant critique en fonction du flux (à droite), périodique de période Φ_0 .

Pour aller plus loin. J. Clarke et A. I. Braginski (éd.), *The SQUID Handbook*, Wiley ; R. C. Jaklevic et al., *Physical Review Letters* 12, 159 (1964).

4.7 Interféromètre de Bonse-Hart (rayons X)

Note historique. Ulrich Bonse et Michael Hart réalisent en 1965 le premier interféromètre à rayons X, taillé dans un monocristal de silicium parfait : trois lames parallèles diffractent le faisceau et jouent le rôle de séparatrice, de miroir et de recombiner. Le même principe permet à Helmut Rauch, Wolfgang Treimer et Ulrich Bonse de construire le premier interféromètre à neutrons en 1974.

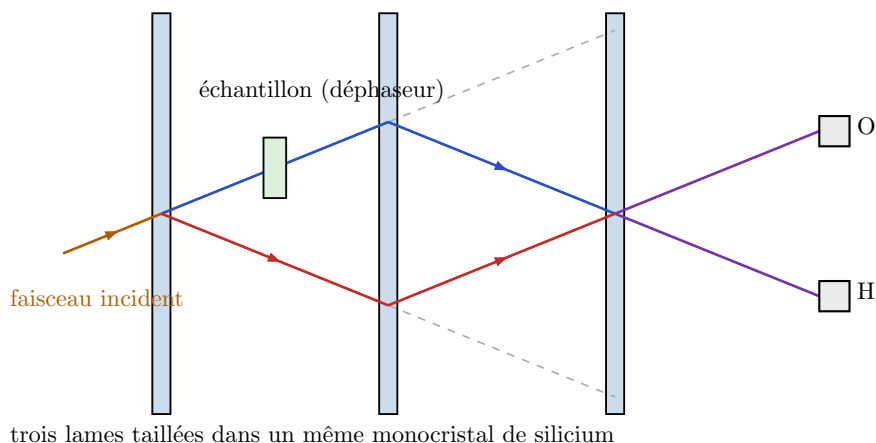


Fig. 39. – Interféromètre à cristal parfait (Bonse-Hart pour les rayons X, même principe pour les neutrons) : trois lames taillées dans un même monocristal séparent, redirigent puis recombinent le faisceau ; un échantillon placé sur un bras fait varier l'intensité des deux sorties O et H.

Pour aller plus loin. U. Bonse et M. Hart, *Applied Physics Letters* 6, 155 (1965).

4.8 Interféromètre à neutrons

Note historique. Helmut Rauch, Wolfgang Treimer et Ulrich Bonse construisent en 1974 le premier interféromètre à neutrons à partir d'un monocristal de silicium. En 1975, Colella, Overhauser et Werner y observent l'effet de la gravité sur la phase de la fonction d'onde d'un neutron ; la même année, deux groupes (Rauch et collègues, Werner et collègues) montrent qu'un spin 1/2 ne retrouve sa fonction d'onde initiale qu'après une rotation de 4π .

Le montage est celui de Bonse-Hart : trois lames parallèles taillées dans un même cristal parfait diffractent les neutrons thermiques (longueur d'onde de l'ordre de 0,2 nm), et jouent le rôle de séparatrice, de miroir et de recombineur. Un échantillon d'épaisseur D , de densité de noyaux N et de longueur de diffusion cohérente b_c introduit le déphasage $|\Delta\varphi| = Nb_c\lambda D$. Le neutron est sensible aux quatre interactions, d'où des tests de la gravité, de la rotation (Sagnac pour la matière) et des spineurs.

Pour aller plus loin. H. Rauch et S. A. Werner, *Neutron Interferometry*, Oxford University Press ; R. Colella, A. W. Overhauser et S. A. Werner, *Physical Review Letters* 34, 1472 (1975).

4.9 Interférence à deux photons : Hong-Ou-Mandel

Note historique. Chung Ki Hong, Zhe-Yu Ou et Leonard Mandel publient en 1987 l'expérience qui porte leur nom : deux photons issus d'une conversion paramétrique spontanée sont envoyés sur une lame séparatrice, et le taux de coïncidences entre les deux sorties s'annule quand les photons sont indiscernables.

Sur une séparatrice 50/50, deux photons indiscernables arrivant chacun sur une entrée sortent toujours ensemble par la même sortie : l'amplitude où les deux photons sont transmis interfère destructivement avec celle où les deux sont réfléchis. Si l'on retarde l'un des photons de τ , la probabilité de coïncidence est

$$P_c(\tau) = \frac{1 - |\chi(\tau)|^2}{2}, \quad (53)$$

où $\chi(\tau)$ est le recouvrement des deux paquets d'onde, égal à 1 pour $\tau = 0$ et décroissant sur le temps de cohérence des photons. Le creux de coïncidences a donc une largeur de l'ordre de ce temps de cohérence, ce qui permet de mesurer des retards extrêmement courts. L'effet est une brique de l'optique quantique linéaire (portes à photons, échantillonnage de bosons).

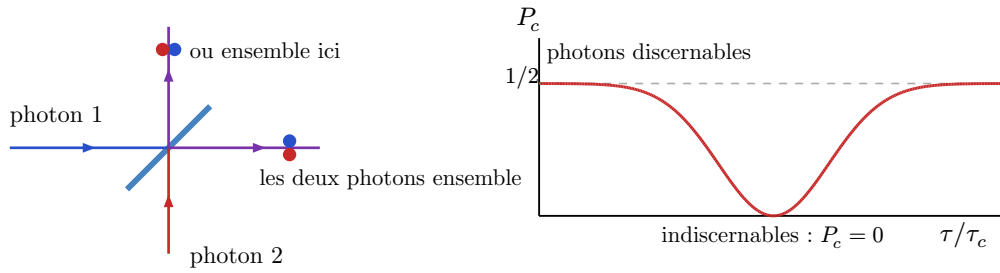


Fig. 40. – Hong-Ou-Mandel : deux photons indiscernables sortent ensemble par la même voie d’une séparatrice (à gauche), d’où un creux du taux de coïncidences en fonction du retard τ (à droite), de largeur de l’ordre du temps de cohérence τ_c .

Pour aller plus loin. C. K. Hong, Z. Y. Ou et L. Mandel, *Physical Review Letters* 59, 2044 (1987) ; M. Fox, *Quantum Optics : An Introduction*, Oxford University Press.

4.10 Interférométrie atomique

Note historique. Les premières interférences d’atomes sont obtenues en 1991 par plusieurs groupes presque simultanément : Carnal et Mlynek (fentes d’Young avec de l’hélium métastable), Keith, Ekstrom, Turchette et Pritchard (réseaux nanofabriqués), Riehle, Bordé et leurs collègues (franges de Ramsey-Bordé) et Kasevich et Chu (impulsions Raman stimulées). L’interféromètre de Kasevich et Chu sert en 1999 à mesurer l’accélération de la pesanteur avec une précision relative de l’ordre de $3 \cdot 10^{-9}$ (Peters, Chung et Chu).

Des atomes froids en chute libre reçoivent trois impulsions laser $\pi/2 - \pi - \pi/2$ séparées de T : elles jouent le rôle de séparatrice, de miroir et de recombineur d’un Mach-Zehnder atomique. Le déphasage dû à la pesanteur est

Gravimètre atomique

$$\Delta\varphi = k_{\text{eff}} g T^2, \quad k_{\text{eff}} \simeq 2k \quad (54)$$

Pour $\lambda = 780 \text{ nm}$ et $T = 0,1 \text{ s}$, $\Delta\varphi \simeq 1,6 \cdot 10^6 \text{ rad}$: une mesure de phase à 10^{-3} près donne g à 10^{-9} près en valeur relative. Applications : gravimétrie, gradiométrie, mesure de constantes fondamentales, gyromètres atomiques.

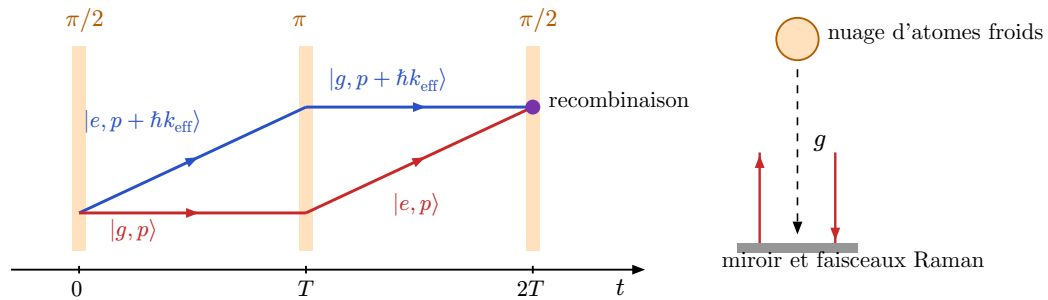


Fig. 41. – Gravimètre atomique à trois impulsions $\pi/2 - \pi - \pi/2$. À gauche : diagramme espace-temps dans le référentiel en chute libre, où les deux bras (bleu et rouge) se séparent puis se recombinaison. À droite : le nuage d’atomes froids tombe dans les faisceaux Raman verticaux, qu’un miroir renvoie. La phase mesurée est $\Delta\varphi = k_{\text{eff}} g T^2$.

Pour aller plus loin. M. Kasevich et S. Chu, *Physical Review Letters* 67, 181 (1991) ; A. D. Cronin, J. Schmiedmayer et D. E. Pritchard, *Reviews of Modern Physics* 81, 1051 (2009).

4.11 Interférences de condensats de Bose-Einstein

Note historique. Les premiers condensats de Bose-Einstein de gaz dilués sont obtenus en 1995 (JILA avec le rubidium, MIT avec le sodium ; prix Nobel 2001 pour Cornell, Wieman et Ketterle). En 1997, Andrews, Ketterle et leurs collègues observent des franges d’interférence entre deux condensats de sodium séparés, sans séparatrice : c’est la première mise en évidence directe de la cohérence de phase d’un gaz d’atomes, analogue à celle d’un laser.

Deux condensats initialement séparés de d sont relâchés et se recouvrent en expansion : ils interfèrent avec l’interfrange $i = h t / (m d)$ après un temps de vol t . Pour le sodium ($m = 3,8 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$), $d = 40 \text{ }\mu\text{m}$ et $t = 40 \text{ ms}$,

on trouve $i \simeq 17 \text{ } \mu\text{m}$, visible directement par imagerie d'absorption. La position des franges varie d'une réalisation à l'autre : la phase relative n'est pas fixée au départ et n'apparaît qu'à la mesure.

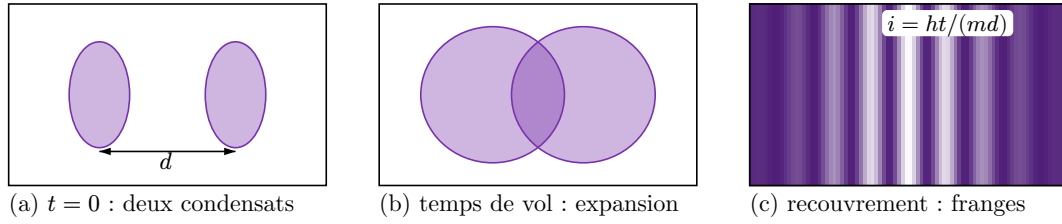


Fig. 42. – Interférence de deux condensats de Bose-Einstein : (a) deux condensats séparés de d ; (b) lâchés, ils s'étalent pendant le temps de vol t ; (c) en se recouvrant, ils forment des franges d'interfrange $i = ht/(md)$.

Pour aller plus loin. M. R. Andrews et al., *Science* 275, 637 (1997) ; L. Pitaevskii et S. Stringari, *Bose-Einstein Condensation*, Oxford University Press.

4.12 Interférométrie de molécules (Talbot-Lau)

Note historique. Henry Fox Talbot observe en 1836 que la lumière diffractée par un réseau reforme l'image du réseau à des distances régulières. Ernst Lau montre en 1948 que le phénomène persiste avec une source étendue qui éclaire un second réseau. Clauser et Li réalisent en 1994 un interféromètre à atomes sur ce principe, et l'équipe d'Arndt (Vienne) l'applique à des molécules : C_{70} en 2002, puis des molécules de plus de 25 000 unités de masse atomique en 2019.

Un réseau de pas d éclairé par une onde de longueur d'onde λ reforme son image à la distance de Talbot $L_T = 2d^2/\lambda$. Trois réseaux séparés de L_T forment un interféromètre qui ne demande pas de source spatialement cohérente (effet Lau), ce qui convient aux jets de molécules, peu cohérents. Pour une molécule de 1000 u à 100 m/s, $\lambda \simeq 4 \text{ pm}$; avec des réseaux de pas $d = 266 \text{ nm}$, $L_T \simeq 3,5 \text{ cm}$.

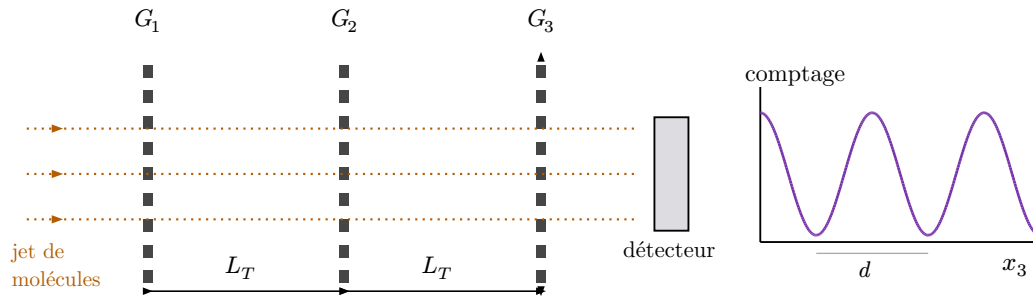


Fig. 43. – Interféromètre de Talbot-Lau : trois réseaux de même pas d , séparés de la distance de Talbot L_T , sont traversés par un jet de molécules. Le nombre de molécules détectées varie périodiquement, avec la période d , quand on translate le troisième réseau.

Pour aller plus loin. J. F. Clauser et S. Li, *Physical Review A* 49, R2213 (1994) ; K. Hornberger et al., *Reviews of Modern Physics* 84, 157 (2012).

4.13 Interféromètres électroniques en matière condensée

Note historique. Webb et ses collègues (IBM, 1985) observent des oscillations de la conductance d'un anneau métallique en fonction du flux magnétique, de période h/e : c'est l'effet Aharonov-Bohm dans un conducteur mésoscopique. En 2003, Ji, Heiblum et leurs collègues réalisent un interféromètre de Mach-Zehnder pour électrons à partir des canaux de bord de l'effet Hall quantique entier.

À très basse température (quelques dizaines de millikelvin), la longueur de cohérence de phase des électrons dépasse le micromètre : on peut faire interférer deux chemins d'un anneau, et la conductance oscille avec la période $\Phi_0 = h/e$ du flux. Dans le Mach-Zehnder électronique, les canaux de bord de l'effet Hall quantique, qui circulent dans un seul sens, sont les bras de l'interféromètre, et des contacts ponctuels quantiques jouent le rôle de séparatrices.

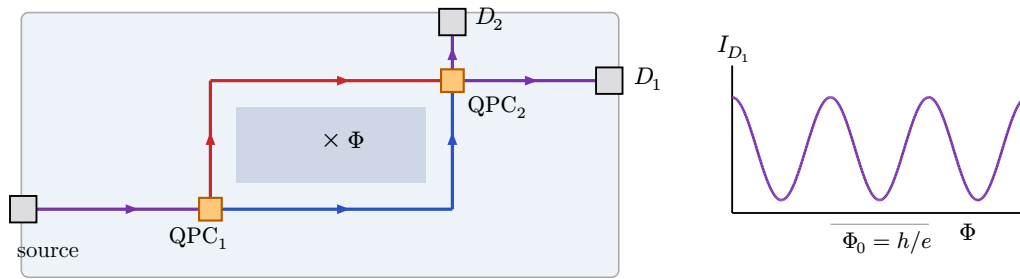


Fig. 44. – Interféromètre de Mach-Zehnder électronique : les canaux de bord de l'effet Hall quantique (bras bleu et rouge) sont séparés et recombinaés par deux contacts ponctuels quantiques. Le courant mesuré en D_1 oscille avec le flux Φ enfermé entre les deux chemins, avec la période $\Phi_0 = h/e$.

Pour aller plus loin. R. A. Webb et al., *Physical Review Letters* 54, 2696 (1985) ; Y. Ji et al., *Nature* 422, 415 (2003).

4.14 Photon unique : choix retardé et mesure sans interaction

Note historique. John Wheeler propose à la fin des années 1970 l'expérience du choix retardé : on décide de refermer ou non un Mach-Zehnder après que le photon a passé la première séparatrice. Elle est réalisée en 2007 par Jacques, Roch, Aspect, Grangier et leurs collègues. En 1993, Avshalom Elitzur et Lev Vaidman décrivent la mesure sans interaction (« test de la bombe »), réalisée en 1995 par Kwiat et ses collègues.

Choix retardé. Dans un Mach-Zehnder à photon unique, la seconde séparatrice est soit présente (on observe des franges), soit absente (on sait par quel bras le photon est passé). Quand le choix est fait après la première séparatrice, le résultat ne dépend que de ce choix final : le photon ne peut pas avoir « décidé » à l'avance s'il se comporte en onde ou en particule.

Mesure sans interaction. On place un objet absorbant dans un bras d'un Mach-Zehnder réglé pour qu'un des détecteurs reste sombre à vide. Si ce détecteur se déclenche, l'objet est présent alors que le photon n'a pas été absorbé : avec un interféromètre équilibré, cela arrive avec la probabilité 1/4, contre 1/2 pour l'absorption. Des cycles successifs (effet Zeno quantique) améliorent fortement cette efficacité.

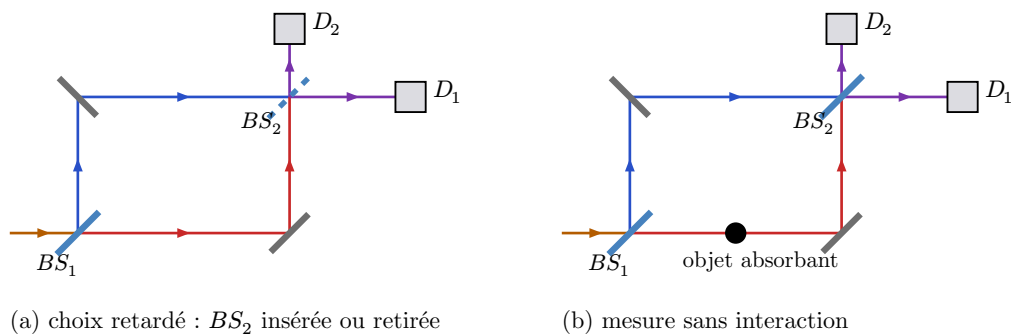


Fig. 45. – Mach-Zehnder à photon unique. (a) Choix retardé : la seconde séparatrice BS_2 est insérée ou retirée après le passage du photon dans BS_1 . (b) Mesure sans interaction : un objet absorbant dans un bras ; si D_1 , sombre à vide, se déclenche, l'objet est présent sans que le photon ait été absorbé.

Pour aller plus loin. V. Jacques et al., *Science* 315, 966 (2007) ; A. C. Elitzur et L. Vaidman, *Foundations of Physics* 23, 987 (1993).

Grands interféromètres : astronomie et ondes gravitationnelles

□ Interféromètre stellaire de Michelson

Note historique. Hippolyte Fizeau propose en 1868 de mesurer le diamètre angulaire des étoiles par interférences. Michelson applique l'idée en 1891 aux satellites de Jupiter, puis, avec Pease en 1920, à Bételgeuse sur le télescope de 2,5 m du mont Wilson : premier diamètre stellaire mesuré.

5.1.1 Principe

Interférences par **division du front d'onde**, comme les fentes d'Young : l'étoile, à l'infini, envoie un front d'onde quasi plan. Les miroirs extérieurs M_1 et M_2 , écartés de D , en prélèvent deux portions et, via M_3 et M_4 , envoient les deux faisceaux dans l'objectif d'un télescope, où ils interfèrent. Les trajets M_1M_3 et M_2M_4 ont la même longueur : pour une étoile dans l'axe, la différence de marche est nulle.

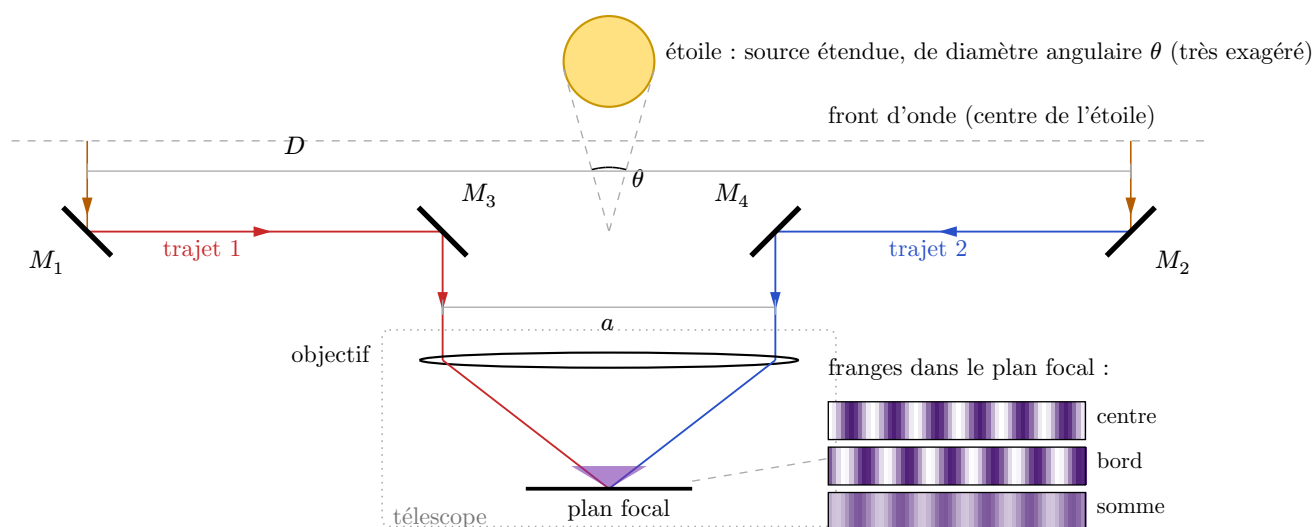


Fig. 46. – Interféromètre stellaire de Michelson (vue de dessus, schématique). L'étoile n'est pas ponctuelle : chaque point donne son propre système de franges, décalé selon sa direction. Leur somme a un contraste réduit, d'autant plus que D est grand.

5.1.2 Deux distances, deux rôles

La distance a entre M_3 et M_4 est fixe : c'est elle qui joue le rôle de la distance entre fentes d'Young et fixe l'interfrange dans le plan focal de l'objectif, de focale f :

$$i = \frac{\lambda f}{a}. \quad (55)$$

La distance D entre M_1 et M_2 se règle en écartant symétriquement les miroirs extérieurs. Elle ne change pas l'interfrange mais la sensibilité du montage à la taille de l'étoile : c'est la *base* de l'interféromètre.

5.1.3 Décalage des franges selon la direction

Pour un point de l'étoile vu dans la direction α (petit angle par rapport à l'axe, dans le plan des miroirs), le front d'onde atteint M_1 et M_2 avec un retard relatif $\delta = D\alpha$. Les trajets suivants étant égaux, cette différence de marche s'ajoute à celle de la position x dans le plan focal :

$$I_\alpha(x) = 2I_0 \left(1 + \cos \left(2\pi \left(\frac{x}{i} + \frac{D\alpha}{\lambda} \right) \right) \right). \quad (56)$$

Un point hors de l'axe donne donc les mêmes franges, décalées de $\Delta x = iD\alpha/\lambda$: deux points de l'étoile donnent des systèmes de franges décalés l'un par rapport à l'autre.

5.1.4 Contraste des franges

Les points d'une étoile sont incohérents entre eux : on additionne les éclaircissements de ces systèmes de franges. Si $B(\alpha)$ est la brillance angulaire de l'étoile, normalisée par $\int B(\alpha) d\alpha = 1$,

$$I(x) = 2I_0 \int B(\alpha) \left[1 + \cos \left(2\pi \left(\frac{x}{i} + \frac{D\alpha}{\lambda} \right) \right) \right] d\alpha = 2I_0 \left[1 + C \cos \left(2\pi \frac{x}{i} + \varphi \right) \right], \quad (57)$$

$$\text{avec } Ce^{j\varphi} = \int B(\alpha) e^{j2\pi D\alpha/\lambda} d\alpha \quad (j^2 = -1). \quad (58)$$

Le contraste $C = (I_{\max} - I_{\min}) / (I_{\max} + I_{\min})$ (ou *visibilité* des franges) est donc le module de la transformée de Fourier de B à la fréquence spatiale D/λ : c'est le théorème de Van Cittert-Zernike. Trois cas :

Deux étoiles identiques, séparées de $\Delta\theta$: B est la somme de deux pics en $\pm\Delta\theta/2$, d'où $Ce^{j\varphi} = \cos(\pi D\Delta\theta/\lambda)$ et $C = |\cos(\pi D\Delta\theta/\lambda)|$, qui s'annule pour $D = \lambda/(2\Delta\theta)$.

Bande uniforme de largeur angulaire θ ($B = 1/\theta$ sur $[-\theta/2, \theta/2]$) :

$$Ce^{j\varphi} = \frac{1}{\theta} \int_{-\theta/2}^{\theta/2} e^{j2\pi D\alpha/\lambda} d\alpha = \frac{\sin(\pi D\theta/\lambda)}{\pi D\theta/\lambda}, \quad (59)$$

donc $C = |\text{sinc}(\pi D\theta/\lambda)|$, qui s'annule pour $D = \lambda/\theta$.

Disque uniforme de diamètre angulaire θ : le même calcul en deux dimensions (la largeur du disque dans la direction perpendiculaire à la base vaut $\sqrt{1 - (2\alpha/\theta)^2}$ à un facteur près) fait apparaître une fonction de Bessel.

Disque uniforme

$$C(D) = \left| \frac{2J_1(\pi\theta D/\lambda)}{\pi\theta D/\lambda} \right| \quad (60)$$

où J_1 est la fonction de Bessel d'ordre 1. La première annulation, en $\pi\theta D/\lambda \simeq 3,83$, donne $D = 1,22 \lambda/\theta$, d'où le diamètre angulaire θ de l'étoile.

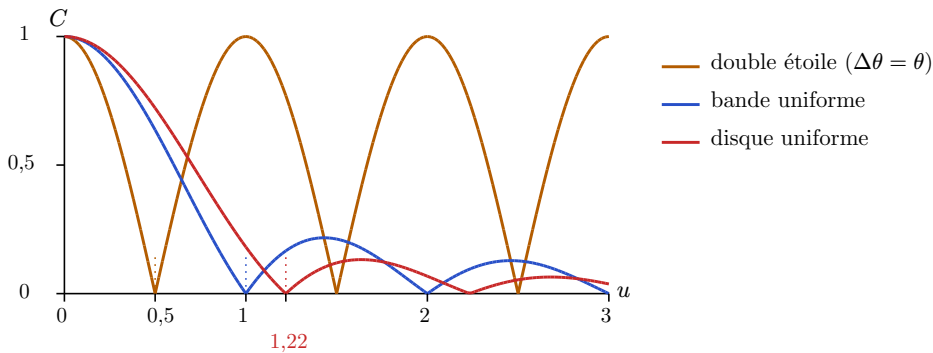


Fig. 47. – Contraste en fonction de $u = D\theta/\lambda$: plus l'étoile est étendue, plus le contraste chute vite avec la base D .

Application à Bételgeuse. Michelson et Pease observent à $\lambda \simeq 575$ nm la disparition des franges pour $D \simeq 3,1$ m, soit $\theta = 1,22 \lambda/D \simeq 2,3 \cdot 10^{-7}$ rad, c'est-à-dire environ 0,047 seconde d'arc.

Limites. Le montage doit rester stable à une fraction de longueur d'onde sur plusieurs mètres, et la turbulence atmosphérique brouille les franges : la base reste de quelques mètres. Pour aller plus loin, on sépare davantage les télescopes (interférométrie à longue base).

Pour aller plus loin. A. A. Michelson et F. G. Pease, *Astrophysical Journal* 53, 249 (1921) ; M. Born et E. Wolf, *Principles of Optics*, Cambridge University Press ; E. Hecht, *Optique*, Pearson.

5.2 Interféromètre de Hanbury Brown-Twiss

Note historique. Robert Hanbury Brown et le mathématicien Richard Twiss mettent au point au début des années 1950 un interféromètre d'intensité, d'abord en radioastronomie. En 1956, à Jodrell Bank, ils testent l'idée en optique sur Sirius avec deux projecteurs de 1,5 m de miroir munis chacun d'un photomultiplicateur, et trouvent un diamètre angulaire de 6,8 millisecondes d'arc. Beaucoup de physiciens jugent d'abord le principe impossible, car les photons semblent devoir arriver au hasard sur les détecteurs ; l'effet de groupement des photons d'une source chaotique est confirmé au laboratoire et expliqué par la théorie, ce qui contribue à la naissance de l'optique quantique. L'instrument de Narrabri (Australie), avec deux miroirs de 6,5 m sur une voie circulaire de 188 m de diamètre, fonctionne de 1964 à 1972 environ et fournit les diamètres de 32 étoiles chaudes.

Contrairement au Michelson stellaire, on ne fait pas interférer les champs mais on corrèle les fluctuations d'intensité mesurées en deux points : pour une source thermique, la corrélation est proportionnelle au carré du module du degré de cohérence spatiale. La mesure ne dépend pas de la phase des ondes, donc pas de la turbulence atmosphère, ce qui permet de longues bases ; elle demande en revanche de grandes surfaces collectrices.

Pour aller plus loin. R. Hanbury Brown et R. Q. Twiss, *Nature* 177, 27 (1956) ; R. Hanbury Brown et R. Q. Twiss, *Nature* 178, 1046 (1956) ; R. Hanbury Brown, *The Intensity Interferometer*, Taylor & Francis (1974).

5.3 Interférométrie radio à longue base (VLBI)

Note historique. Les premières expériences d'interférométrie à très longue base datent de 1967 : des équipes canadiennes et américaines combinent les signaux de radiotélescopes distants de plusieurs milliers de kilomètres, enregistrés séparément sur bande avec des horloges atomiques puis corrélés après coup. La résolution angulaire, de l'ordre de λ/B pour une base B , atteint la milliseconde d'arc et mieux. En 2019, l'Event Horizon Telescope, réseau mondial de radiotélescopes observant à 1,3 mm de longueur d'onde (observations de 2017), publie la première image de l'ombre du trou noir de la galaxie M87.

Pour aller plus loin. A. R. Thompson, J. M. Moran et G. W. Swenson, *Interferometry and Synthesis in Radio Astronomy*, Wiley ; Event Horizon Telescope Collaboration, *Astrophysical Journal Letters* 875, L1 (2019).

5.4 LIGO

Note historique. Rainer Weiss propose dès les années 1970 un interféromètre de Michelson à grands bras pour détecter les ondes gravitationnelles prévues par Einstein en 1916. Les deux détecteurs LIGO sont construits à Hanford (État de Washington) et à Livingston (Louisiane). Le 14 septembre 2015, ils enregistrent GW150914, la fusion de deux trous noirs de 36 et 29 masses solaires situés à environ 1,3 milliard d'années-lumière : c'est la première détection directe d'une onde gravitationnelle. Weiss, Barish et Thorne reçoivent le prix Nobel de physique en 2017.

5.4.1 Principe

LIGO est un **interféromètre de Michelson** dont les deux bras, perpendiculaires, mesurent environ 4 km. Une onde gravitationnelle de passage déforme l'espace transversalement à sa direction de propagation : elle allonge un bras et raccourcit l'autre. Si h est la déformation relative (sans dimension), les deux bras varient de $\pm hL/2$ et la différence de longueur vaut $\Delta L = hL$. On règle le Michelson sur la **frange sombre** : le signal est lu sur le port de sortie, sombre au repos, où l'éclairement varie comme $\sin^2(\Delta\varphi/2)$ avec

$$\Delta\varphi = \frac{4\pi}{\lambda}(L_1 - L_2) = \frac{4\pi hL}{\lambda}. \quad (61)$$

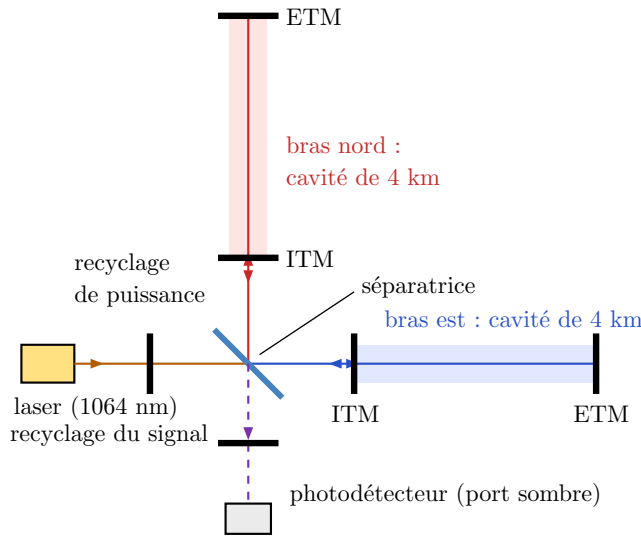


Fig. 48. – Configuration optique d'Advanced LIGO (bras non à l'échelle). Chaque bras est une cavité Fabry-Perot entre un miroir d'entrée (ITM) et un miroir de fond (ETM) ; les miroirs de recyclage renvoient vers l'interféromètre la lumière qui retournerait vers le laser et celle du signal.

Signal attendu

$$h \sim 10^{-21} \implies \Delta L = hL \sim 4 \cdot 10^{-18} \text{ m} \quad (62)$$

soit une variation de longueur bien plus petite qu'un proton. Avec $\lambda = 1064 \text{ nm}$ et $L = 4 \text{ km}$, un Michelson simple donnerait $\Delta\varphi \sim 5 \cdot 10^{-11} \text{ rad}$.

5.4.2 Gagner en sensibilité

Cavités Fabry-Perot dans les bras. Chaque bras est une cavité résonnante de finesse $\mathcal{F} = 450$: la lumière y fait en moyenne $2\mathcal{F}/\pi \sim 290$ allers-retours, ce qui multiplie le déphasage par le même facteur :

$$\Delta\varphi = \frac{2\mathcal{F}}{\pi} \cdot \frac{4\pi hL}{\lambda} = \frac{8\mathcal{F}hL}{\lambda} \sim 10^{-8} \text{ rad}. \quad (63)$$

Recyclage de puissance. À la frange sombre, presque toute la lumière retourne vers le laser. Un miroir de recyclage placé devant la séparatrice la renvoie dans l'interféromètre, ce qui multiplie la puissance utile : quelques dizaines de watts en entrée donnent environ 100 kW dans les cavités des bras.

Recyclage du signal. Un miroir placé sur la sortie élargit la bande de fréquence du détecteur.

Masses d'épreuve isolées. Les miroirs, en silice, pèsent 40 kg et sont suspendus à des pendules à quatre étages, dans un ultravide, pour isoler l'interféromètre des vibrations du sol.

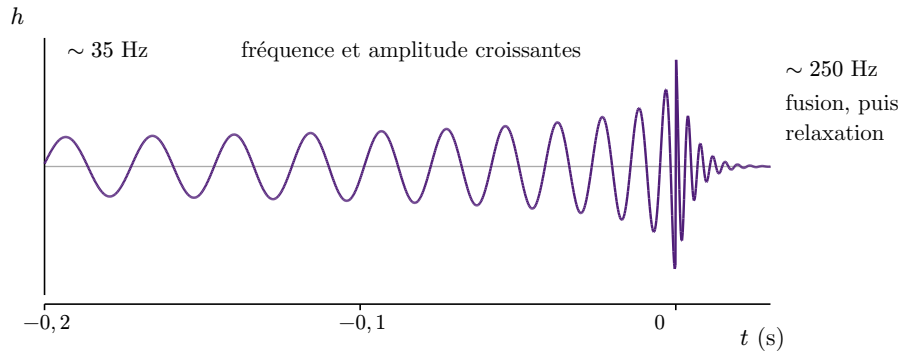


Fig. 49. – Allure du signal d’une fusion de deux objets compacts (schématisé, type GW150914) : de 35 à 250 Hz en un cinquième de seconde environ.

5.4.3 Bruits et réseau de détecteurs

La sensibilité est limitée par le **bruit sismique** en dessous de 10 Hz, par le **bruit thermique** des miroirs et de leurs suspensions aux fréquences moyennes, et par le **bruit quantique** : bruit de photon à haute fréquence (le déphasage minimal détectable varie comme $1/\sqrt{P}$) et pression de radiation à basse fréquence. Le détecteur est le plus sensible vers 100 à 300 Hz.

LIGO fonctionne en réseau avec Virgo (Cascina, en Italie, bras de 3 km) et KAGRA (au Japon) : la comparaison des instants d’arrivée localise la source sur le ciel. En 2017, l’onde GW170817, produite par la fusion de deux étoiles à neutrons, a été suivie d’un signal électromagnétique observé par de nombreux télescopes.

En résumé : LIGO est un Michelson de 4 km réglé sur la frange sombre, qui mesure $\Delta L = hL \sim 10^{-18}$ m grâce à des cavités Fabry-Perot de finesse 450, au recyclage de puissance et à l’isolation des miroirs : le déphasage vaut $\Delta\varphi = 8\mathcal{F}hL/\lambda \sim 10^{-8}$ rad.

Pour aller plus loin. B. P. Abbott et al., *Physical Review Letters* 116, 061102 (2016) ; J. Aasi et al. (LIGO Scientific Collaboration), *Classical and Quantum Gravity* 32, 074001 (2015).

Conclusion : tableau comparatif

Interféromètre	Ondes	Grandeur mesurée, usage	Ordre de grandeur
Division du front d'onde			
Fentes d'Young	2	longueur d'onde, cohérence spatiale	$i = \lambda D/a \sim 1 \text{ mm}$ ($a = 0,5 \text{ mm}$, $D = 1 \text{ m}$)
Fresnel (miroirs, bi-prisme), Lloyd, Billet	2	interférences d'une source ponctuelle ; Lloyd : déphasage de π à la réflexion	$i = \lambda D/a$, a : écart des sources virtuelles
Rayleigh	2	indice des gaz	$\Delta n \sim 10^{-6}$ ($\ell = 1 \text{ cm}$, appareil de paillasse)
Michelson stellaire	2	diamètre angulaire d'étoiles	$\theta = 1,22 \lambda/D$; Bételgeuse : 0,047 seconde d'arc
Division d'amplitude (deux ondes)			
Newton, bulle de savon	2	épaisseur de lames minces, rayon de courbure	$r_p^2 = p\lambda R$ (Newton)
Fizeau	2	planéité de surfaces	une frange = $\lambda/2$ d'écart
Jamin	2	indice des gaz	$N \sim 250$ franges (air, $\ell = 50 \text{ cm}$)
Michelson	2	longueurs d'onde, déplacements, spectrométrie	$\lambda/2$ par frange
Mach-Zehnder	2	phase, indice, écoulements	$N = (n-1)\ell/\lambda$
Sagnac	2	rotation	$\Delta\varphi \sim 2,4 \cdot 10^{-2} \text{ rad}$ pour $1^\circ/\text{s}$ (fibre de 1 km)
Twyman-Green	2	forme de surfaces optiques	précision $\sim \lambda/100$
LIGO	2 (cavités)	ondes gravitationnelles	$\Delta L \sim 4 \cdot 10^{-18} \text{ m}$
Ondes multiples			
Réseau	N	spectroscopie	$\lambda/\delta\lambda = pN \sim 1,5 \cdot 10^4$
Échelon de Michelson	N	spectroscopie à très haute résolution	$\lambda/\delta\lambda \sim 2 \cdot 10^5$ ($N = 20$)
Fabry-Perot	nombreuses	spectroscopie, métrologie	$\lambda/\delta\lambda \sim 6 \cdot 10^5$ ($e = 5 \text{ mm}$, finesse 30)
Filtre interférentiel	multicouches	sélection d'une bande de longueurs d'onde	bande passante étroite

En résumé : le choix d'un interféromètre dépend de la grandeur à mesurer : déplacements et longueurs d'onde (Michelson), indices (Jamin, Rayleigh, Mach-Zehnder), rotation (Sagnac), surfaces (Fizeau, Twyman-Green), spectres (réseau, échelon, Fabry-Perot), astronomie (Michelson stellaire, LIGO). Augmenter le nombre d'ondes améliore la résolution spectrale, $\lambda/\delta\lambda = pN$, au prix d'un intervalle spectral libre plus étroit.

Annexes

□ Déphasage induit par une réflexion