

Forces de marée

d'après ?

N Introduction

La mécanique du point porte à nous faire penser que les influences des astres les uns sur les autres sont homogènes sur l'ensemble de ceux-ci. Or il n'en est rien : même si les résultats sont vrais en première approximation, ils ne le sont plus dès que l'on cherche à décrire finement l'action d'un astre sur un autre, car l'attraction exercée varie d'un point à l'autre de l'astre qui la subit. Ce sont ces écarts à l'homogénéité, appelés *forces de marée*, qui sont à l'origine, entre autres, des marées océaniques.

Nous poserons d'abord le problème, puis nous le traiterons de manière naïve en prenant l'astre de référence comme centre d'un référentiel galiléen, ce qui ne fonctionne pas. Nous reprendrons ensuite les calculs en tenant compte du caractère non galiléen de ce référentiel, dû à l'astre lointain, ce qui nous donnera la véritable expression des forces de marée.

I Présentation du problème

On considère un astre massif T .

On considère l'action d'un satellite lointain L sur T . En première approximation, un point M demeurant à la surface de T subit les forces d'attraction gravitationnelle de T et de L :

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_T + \mathbf{F}_L \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \mathbf{F}_L = G \frac{m M_L}{R_{TL}^3} \overrightarrow{TL} \\ \mathbf{F}_T = -G \frac{m M_T}{R_T^3} \overrightarrow{TM} \end{cases} \quad (1)$$

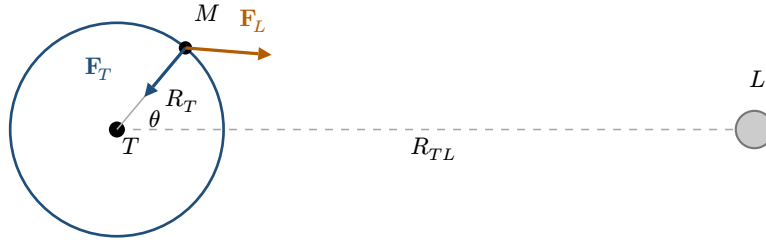


Fig. 1. – Le point M à la surface de T subit l'attraction de T et celle de L (échelles non respectées).

On a ici négligé, du fait que $R_T \ll R_{TL}$, le fait que M n'est pas exactement au centre de T . Notre objectif est donc de déterminer les forces oubliées qui dépendent de la position de M sur T : les *forces de marée*.

II Approche naïve

II.A Référentiel supposé galiléen

On associe à T le référentiel $\mathcal{R}$ supposé galiléen. Appliquons le PFD à M , en approximant au premier ordre que $R_T \ll R_{TL}$ (et non plus à l'ordre 0) :

$$\begin{aligned} m\mathbf{a} &= \mathbf{F}_T + \mathbf{F}_L \\ &= -G \frac{m M_T}{R_T^2} (\cos \theta \mathbf{e}_x + \sin \theta \mathbf{e}_y) \\ &\quad + G \frac{m M_L}{R_{ML}^2} (\cos \psi \mathbf{e}_x - \sin \psi \mathbf{e}_y) \end{aligned} \quad (2)$$

Comme $\tan \psi \simeq \frac{R_T \sin \theta}{R_{ML}} \ll 1$, alors $\tan \psi \simeq \sin \psi \simeq \psi$ et $\cos \psi \simeq 1$. Ainsi :

$$\mathbf{a} = -G \frac{M_T}{R_T^2} \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} + G \frac{M_L}{R_{ML}^2} \begin{pmatrix} 1 \\ -\psi \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Or

$$\overrightarrow{ML} = \overrightarrow{MT} + \overrightarrow{TL} = R_T (-\cos \theta \mathbf{e}_x - \sin \theta \mathbf{e}_y) + R_{TL} \mathbf{e}_x, \quad (4)$$

d'où

$$\begin{aligned}
R_{ML} &= \sqrt{(R_{TL} - \cos \theta R_T)^2 + \sin^2 \theta R_T^2} \\
&= \sqrt{R_{TL}^2 - 2 \cos \theta R_T R_{TL} + \cos^2 \theta R_T^2 + \sin^2 \theta R_T^2} \\
&= R_{TL} \sqrt{1 - 2 \cos \theta \frac{R_T}{R_{TL}} + \frac{R_T^2}{R_{TL}^2}} \\
&\simeq R_{TL} \left(1 - \cos \theta \frac{R_T}{R_{TL}}\right) \\
&\simeq R_{TL} - \cos \theta R_T \quad (\text{projection selon l'axe des } x).
\end{aligned}$$

On a négligé au passage le terme en R_T^2 , d'ordre 2 en R_T/R_{TL} .