

Le vide et l'électron libre

□ Principes

Un tube électronique est une enceinte sous vide ou remplie d'un gaz à basse pression dans laquelle des électrons libres vont d'une électrode qui les émet à une (parfois plusieurs) électrode(s) qui les collecte. Toute l'électronique à tube se base sur ce principe simple ; les différents types de « lampes » ne diffèrent que par la manière d'arracher les électrons et par ce que l'on place sur leur trajet (obstacle, champs) pour contrôler leur flux.

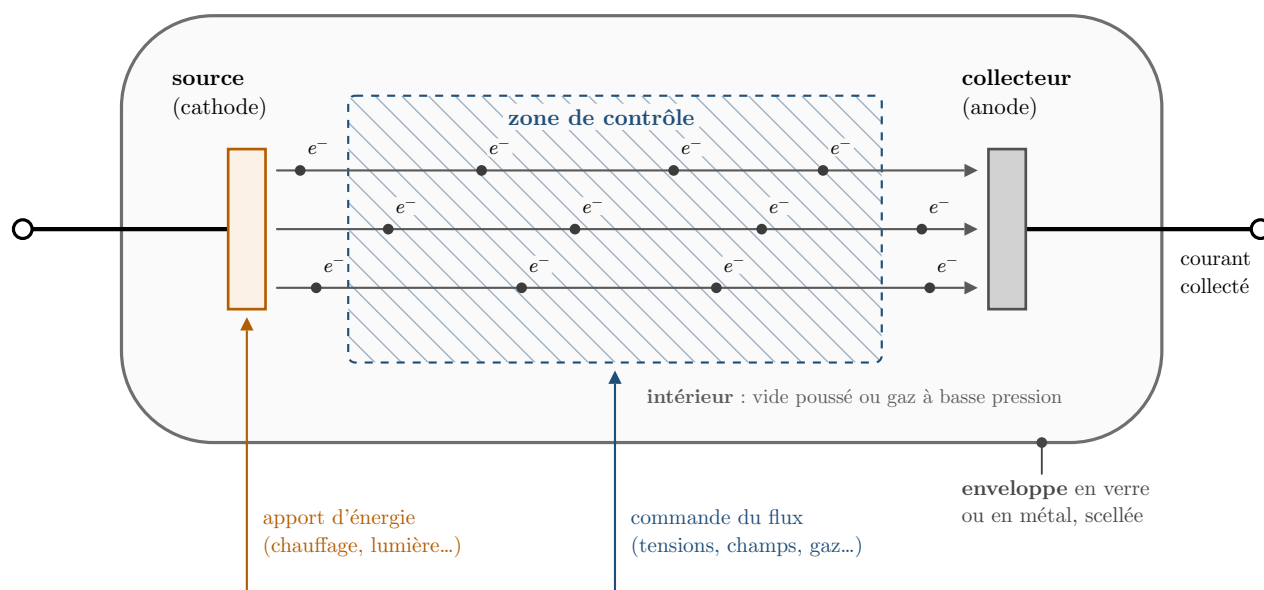


Fig. 1. – Schéma commun à tous les tubes. Les électrons sont émis par une source (cathode), traversent une zone où leur flux est contrôlé, puis sont collectés (anode). Chaque partie de la fiche indique ce qui change dans ce schéma.

Tube	Source du courant	Contrôle du flux	Collecteur
Diode	émission thermoïonique	aucun	plaque
Triode	émission thermoïonique	grille de commande	plaque
Tétrode, Pentode	émission thermoïonique	grille, écran, grille d'arrêt	plaque
Tubes à gaz	ionisation du gaz	avalanche ou grille d'amorçage	anode
Tube cathodique	émission thermoïonique	wehnelt, lentilles, déviation	écran luminescent
Photomultiplicateur	émission photoélectrique	multiplication par les dynodes	anode
Klystron, magnétron	émission thermoïonique	modulation de vitesse, champs croisés	collecteur, anode

Tableau 1. – Principes physiques des différents tubes à électroniques.

Deux lois fixent le courant que peut fournir un tube :

- la loi de **Richardson-Dushman** (7) donne le courant maximal que la cathode peut émettre ; il dépend exponentiellement de la température et de l'énergie d'extraction des électrons ;
- la loi de **Child-Langmuir** donne le courant que l'environnement (la *charge d'espace*) laisse passer ; il ne dépend que de la tension et de la géométrie.

Le courant réel est le plus petit de ces deux courants théoriques. Les tubes fonctionnent presque toujours en régime de charge d'espace, où le courant est stable et commandé par les tensions des électrodes plutôt que la température, ce qui est habituellement indésirable.

1.2 Émission thermoïonique

Note historique. En 1883, Edison ajoute une électrode dans une de ses ampoules pour tenter d'éviter le noircissement du verre. Il observe qu'un courant la traverse quand elle est positive par rapport au filament, et aucun quand elle est négative : c'est l'**effet Edison**, qu'il brevète sans l'expliquer. Thomson montre en 1899 que le filament émet des électrons. Richardson établit la loi d'émission en 1901 (prix Nobel 1928), et Dushman lui donne en 1923 sa forme actuelle en T^2 .

Remarque. Le chauffage n'est pas la seule manière d'arracher des électrons à une cathode : les premiers tubes (tubes à rayons cathodiques de Crookes) fonctionnaient à froid (voir plus loin). Mais c'est la seule qui fournisse un courant abondant et stable dans un vide poussé.

Modèle. Dans un métal, les électrons de conduction sont libres mais confinés : un électron doit avoir une énergie suffisante pour pouvoir s'échapper. Ils ne sont plus attachés à un atome particulier : ils sont délocalisés dans tout le cristal, qui se comporte pour eux comme un puits de potentiel. Le principe de Pauli leur interdit de tous occuper le fond du puits : ils remplissent les niveaux d'énergie un à un, par ordre croissant, comme les couches d'un atome. À température nulle, le plus haut niveau occupé est le **niveau de Fermi** μ . L'électron le plus faiblement lié au métal a donc au minimum l'énergie μ .

Pour arracher cet électron et l'amener au repos juste à l'extérieur du métal, au *niveau du vide*, il faut lui apporter de l'énergie : c'est l'**énergie d'extraction** W (ou travail de sortie). C'est l'équivalent, pour un solide, de l'énergie de première ionisation d'un atome. Elle est d'ailleurs plus faible car l'électron, déjà délocalisé, n'a plus qu'à quitter le solide.

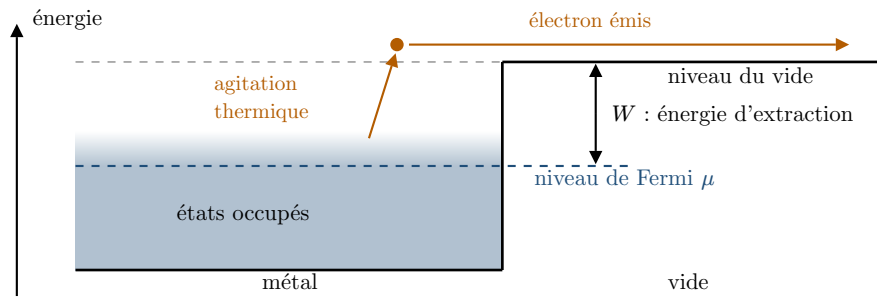


Fig. 2. – Niveaux d'énergie des électrons d'un métal : remplissage jusqu'au niveau de Fermi, et queue thermique (dégradé) à température non nulle. Seuls les électrons d'énergie supérieure à $\mu + W$ sortent.

À température nulle, aucun électron n'a l'énergie nécessaire. Quand on chauffe, l'agitation thermique en porte quelques-uns au-dessus du niveau de Fermi : l'occupation des niveaux est alors donnée par la statistique de Fermi-Dirac,

$$f(E) = \frac{1}{\exp((E - \mu)/k_B T) + 1}. \quad (1)$$

Les électrons capables de sortir ont une énergie supérieure à $\mu + W$. Or $W \approx 4.5$ eV est grand devant $k_B T$, même à 2500 K : ces électrons sont tout au bout de la queue de la distribution, où

$$f(E) \approx \exp\left(-\frac{E - \mu}{k_B T}\right). \quad (2)$$

La statistique de Boltzmann suffit alors. La situation est analogue à l'évaporation d'un liquide : seules les molécules les plus rapides, dans la queue de la distribution des énergies, s'échappent, et le flux évaporé suit une loi d'Arrhenius $\Phi = \Phi_0 \exp(-E_a/k_B T)$, où l'exponentielle est le facteur de Boltzmann des molécules assez énergiques pour franchir l'énergie de liaison E_a . Pour les électrons du métal, on s'attend donc à un courant de la forme $J \propto \exp(-W/k_B T)$, c'est-à-dire à une loi d'Arrhenius dont l'énergie d'activation est l'énergie d'extraction W . Richardson parlait d'ailleurs d'« évaporation » des électrons. Le calcul qui suit démontre cette loi et fixe son préfacteur.

Remarque. Richardson (1901) traitait les électrons comme un gaz classique de densité n fixée, ce qui donne un préfacteur en $T^{1/2}$. En mécanique quantique, les considérations mènent à un préfacteur en T^2 (Dushman (1923), ci-après). La partie en exponentielle est la même puisqu'on retombe sur Boltzmann.

Démonstration de la loi. La statistique donne la probabilité qu'un niveau d'énergie soit occupé ; pour compter les électrons, il faut aussi savoir combien il y a d'états différents pour un même niveau d'énergie.

Soit un électron libre dans une boîte de côté L (le métal). La relation de de Broglie donne que $p = h/\lambda$; avec des conditions aux limites périodiques, seules les quantités de mouvement $p_i = n_i h/L$ (n_i entier, $i \in \{x, y, z\}$) sont permises. Chaque état occupe donc un cube de côté h/L dans l'espace des quantités de mouvement : un volume d^3p contient $d^3p(L/h)^3$ états, soit, par unité de volume du métal et avec les deux orientations du spin, $2d^3p/h^3$ états. En les multipliant par leur probabilité d'occupation, de la forme de Boltzmann, le nombre d'électrons par unité de volume dont la quantité de mouvement est dans d^3p vaut

$$dn = \underbrace{\frac{2}{h^3} d^3p}_{\text{nombre d'états}} \times \underbrace{\exp\left(-\frac{E-\mu}{k_B T}\right)}_{\text{proba. d'occupation}}, \quad \text{avec} \quad E = \frac{p^2}{2m}. \quad (3)$$

On prend l'axe des x normal à la surface du métal, vers l'extérieur. Un électron sort si $p_x^2/(2m) \geq \mu + W$, c'est-à-dire si $p_x \geq p_0 = \sqrt{2m(\mu + W)}$. La densité de courant émise est

$$J = e \int_{p_x \geq p_0} \frac{p_x}{m} dn. \quad (4)$$

L'énergie est une somme de trois termes, $E = (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)/(2m)$: l'exponentielle dans (3) est donc un produit de trois facteurs, chacun ne dépendant que d'une composante. Comme le domaine d'intégration est lui aussi un produit ($p_x \geq p_0$, p_y et p_z quelconques), l'intégrale triple se sépare en un produit de trois intégrales simples :

$$J = \frac{2e}{h^3} e^{\mu/k_B T} \underbrace{\int_{\mathbb{R}} e^{-p_y^2/2mk_B T} dp_y}_{\sqrt{2\pi mk_B T}} \underbrace{\int_{\mathbb{R}} e^{-p_z^2/2mk_B T} dp_z}_{\sqrt{2\pi mk_B T}} \int_{p_0}^{+\infty} \frac{p_x}{m} e^{-p_x^2/2mk_B T} dp_x. \quad (5)$$

Les deux premières sont des intégrales de gaussiennes, $\int_{\mathbb{R}} e^{-au^2} du = \sqrt{\pi/a}$ avec $a = 1/(2mk_B T)$. La troisième se calcule directement, car $(p_x/m)e^{-p_x^2/2mk_B T}$ est la dérivée de $-k_B T e^{-p_x^2/2mk_B T}$:

$$\int_{p_0}^{+\infty} \frac{p_x}{m} \exp\left(-\frac{p_x^2}{2mk_B T}\right) dp_x = 0 + k_B T \exp\left(-\frac{p_0^2}{2mk_B T}\right). \quad (6)$$

En rassemblant, avec $p_0^2/(2m) - \mu = W$:

$$J = A_0 T^2 \exp\left(-\frac{W}{k_B T}\right), \quad A_0 = \frac{4\pi m e k_B^2}{h^3} \approx 1.2 \times 10^6 \text{ A} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-2}. \quad (7)$$

Loi de Richardson-Dushman

La densité de courant que peut émettre une cathode d'énergie d'extraction W à la température T est :

$$J = AT^2 \exp(-W/k_B T), \quad \text{avec} \quad A \approx A_0 = \frac{4\pi m e k_B^2}{h^3} \approx 1.2 \times 10^6 \text{ A} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-2} \quad (8)$$

Le facteur A mesuré est en réalité inférieur à A_0 : une partie des électrons est réfléchi par l'interface métal-vide, et W varie un peu avec T .

Sensibilité à la température. En dérivant (7), $dJ/J = (2 + W/k_B T) dT/T$. Pour le tungstène à 2500 K, $W/k_B T \approx 21$: une variation de 1 % de la température change le courant de plus de 20 %. Un tube limité par l'émission dépendrait donc beaucoup trop de son chauffage : on choisit une cathode qui émet bien plus d'électrons que nécessaire, et on laisse d'autres facteurs tels que la charge d'espace fixer le courant.

Ordres de grandeur. Pour le tungstène ($W \approx 4.5$ eV) à 2500 K, $k_B T \approx 0.22$ eV et (7) donne $J \approx 6 \times 10^3 \text{ A} \cdot \text{m}^{-2}$, soit environ $0,6 \text{ A} \cdot \text{cm}^{-2}$. À 1000 K, on obtiendrait $J \approx 10^{-11} \text{ A} \cdot \text{m}^{-2}$: rien. Comme W est dans l'exponentielle, c'est le choix du matériau, plus que la température, qui décide.

Cathode	W	T d'emploi	T de fusion	Usage
Tungstène pur	≈ 4.5 eV	≈ 2500 K	3695 K	forte puissance, rayons X
Tungstène thorié	≈ 2.6 eV	≈ 2000 K	3695 K (W)	tubes d'émission moyens
Oxydes (BaO, SrO)	≈ 1 eV	≈ 1000 K	2196 K (BaO)	tubes de réception

Tableau 2. – Les principales cathodes. T de fusion : Wikipédia.

1.3 Charge d'espace : loi de Child-Langmuir
