NIELS BOHR

Sur la constitution des atomes et des molécules

Première partie. — Liaison des électrons par des noyaux positifs

(*On the Constitution of Atoms and Molecules. Part I.*)

Philosophical Magazine, 6ᵉ série, vol. 26, n° 151
(juillet 1913), p. 1–25

TRADUCTION FRANÇAISE

LE TEXTE

Bohr introduit le quantum de Planck dans l'atome nucléaire de Rutherford. Il postule des états stationnaires, où l'électron ne rayonne pas, et une émission homogène de fréquence ν telle que $W_{\tau_2} - W_{\tau_1} = h\nu$ lors du passage d'un état à l'autre. Il retrouve ainsi la formule de Balmer, avec une constante de Rydberg calculée à partir de e, m et h en accord avec l'observation, explique la série de Pickering par l'hélium ionisé et énonce la quantification du moment cinétique en multiples de $h/2\pi$.

CETTE TRADUCTION

La traduction a été **générée par une IA** (Claude, Anthropic) et n'a pas été relue par un traducteur : pour toute citation, se reporter au texte anglais. Elle garde le vocabulaire de l'époque (« électrodynamique ordinaire », « quanta d'énergie », « rayons de Röntgen », « vibrateur ») et la présentation du *Philosophical Magazine* : même format, même caractère, mêmes formules. Le texte, plus long en français, court librement d'une page à l'autre : la pagination suit celle de l'original, mais pas le contenu de chaque page ; les renvois internes (« p. 5 ») désignent les pages de l'original. Le début de l'article suivant (Crehore), qui partage la p. 25 de l'original, n'est pas traduit.

Source : *Phil. Mag.* (6) 26, 1–25 (1913), doi:10.1080/14786441308634955.

THE

LONDON, EDINBURGH, AND DUBLIN

PHILOSOPHICAL MAGAZINE

AND

JOURNAL OF SCIENCE.

[SIXTH SERIES.]

JULY 1913.

I. *Sur la constitution des atomes et des molécules.*

Par N. BOHR, *docteur en philosophie, Copenhague**.

Introduction.

POUR expliquer les résultats des expériences sur la diffusion des rayons α par la matière, le professeur Rutherford† a proposé une théorie de la structure des atomes. D'après cette théorie, les atomes se composent d'un noyau chargé positivement, entouré d'un système d'électrons maintenus ensemble par les forces attractives du noyau ; la charge négative totale des électrons est égale à la charge positive du noyau. On suppose de plus que le noyau est le siège de l'essentiel de la masse de l'atome, et que ses dimensions linéaires sont extrêmement petites devant celles de l'atome entier. On en déduit que le nombre d'électrons d'un atome est à peu près égal à la moitié du poids atomique. Ce modèle d'atome présente un grand intérêt ; car, comme l'a montré Rutherford, l'hypothèse de l'existence de noyaux tels que ceux dont il s'agit semble nécessaire pour rendre compte des résultats des expériences sur la diffusion des rayons α sous de grands angles‡.

En essayant d'expliquer certaines propriétés de la matière à partir de ce modèle d'atome, on se heurte cependant à des difficultés sérieuses, qui tiennent à l'instabilité apparente du système d'électrons : difficultés que l'on avait évitées à dessein

* Communiqué par le professeur E. Rutherford, F.R.S.
† E. Rutherford, Phil. Mag. xxi. p. 669 (1911).
‡ Voir aussi Geiger et Marsden, Phil. Mag. avril 1913.

dans les modèles d'atome considérés auparavant, par exemple dans celui que proposait Sir J. J. Thomson*. D'après la théorie de ce dernier, l'atome consiste en une sphère d'électrisation positive uniforme, à l'intérieur de laquelle les électrons se meuvent sur des orbites circulaires.

La principale différence entre les modèles d'atome proposés par Thomson et par Rutherford tient à ce que les forces qui agissent sur les électrons dans le modèle de Thomson permettent certaines configurations et certains mouvements des électrons pour lesquels le système est en équilibre stable ; de telles configurations, en revanche, n'existent apparemment pas pour le second modèle. On verra peut-être le plus clairement la nature de cette différence en remarquant que, parmi les grandeurs qui caractérisent le premier atome, figure une grandeur — le rayon de la sphère positive — qui a les dimensions d'une longueur et le même ordre de grandeur que l'étendue linéaire de l'atome, alors qu'une telle longueur ne figure pas parmi les grandeurs qui caractérisent le second atome, à savoir les charges et les masses des électrons et du noyau positif ; elle ne peut pas non plus être déterminée à l'aide de ces seules grandeurs.

La manière d'envisager un problème de ce genre a cependant subi, ces dernières années, des changements essentiels, du fait du développement de la théorie du rayonnement de l'énergie et de la confirmation directe des hypothèses nouvelles introduites dans cette théorie, apportée par des expériences sur des phénomènes très différents, tels que les chaleurs spécifiques, l'effet photoélectrique, les rayons de Röntgen, etc. La discussion de ces questions semble avoir abouti à reconnaître généralement l'insuffisance de l'électrodynamique classique pour décrire le comportement des systèmes de dimensions atomiques†. Quelle que soit la modification des lois du mouvement des électrons, il paraît nécessaire d'introduire dans ces lois une grandeur étrangère à l'électrodynamique classique, à savoir la constante de Planck, ou, comme on l'appelle souvent, le quantum élémentaire d'action. L'introduction de cette grandeur change essentiellement la question de la configuration stable des électrons dans les atomes, car cette constante a des dimensions et une valeur telles qu'elle peut, avec la masse et la charge des particules, déterminer une longueur de l'ordre de grandeur voulu.

* J. J. Thomson, Phil. Mag. vii. p. 237 (1904).

† Voir par exemple « Théorie du rayonnement et les quanta », Rapports de la réunion à Bruxelles, nov. 1911, Paris, 1912.

Ce mémoire tente de montrer que l'application de ces idées au modèle d'atome de Rutherford fournit la base d'une théorie de la constitution des atomes. On montrera de plus que cette théorie conduit à une théorie de la constitution des molécules.

Dans cette première partie du mémoire, on discute le mécanisme de la liaison des électrons par un noyau positif, en relation avec la théorie de Planck. On montrera qu'il est possible, du point de vue adopté, de rendre compte simplement de la loi du spectre de raies de l'hydrogène. On donnera en outre les raisons d'une hypothèse principale sur laquelle reposent les considérations des parties suivantes.

Je tiens à remercier ici le professeur Rutherford de l'intérêt bienveillant et encourageant qu'il a porté à ce travail.

Première partie.—Liaison des électrons par des noyaux positifs.

§ 1. *Considérations générales.*

L'insuffisance de l'électrodynamique classique pour rendre compte des propriétés des atomes à partir d'un modèle d'atome comme celui de Rutherford apparaîtra très clairement si l'on considère un système simple, formé d'un noyau chargé positivement, de très petites dimensions, et d'un électron décrivant des orbites fermées autour de lui. Pour simplifier, supposons que la masse de l'électron soit négligeable devant celle du noyau, et en outre que la vitesse de l'électron soit petite devant celle de la lumière.

Supposons d'abord qu'il n'y ait pas de rayonnement d'énergie. Dans ce cas, l'électron décrira des orbites elliptiques stationnaires. La fréquence de révolution ω et le grand axe $2a$ de l'orbite dépendront de la quantité d'énergie W qu'il faut fournir au système pour éloigner l'électron à une distance infinie du noyau. En désignant par $-e$ et E les charges de l'électron et du noyau, et par m la masse de l'électron, on obtient ainsi

$$\omega = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{\mathrm{W}^{\frac{3}{2}}}{e\ \mathrm{E}\ \sqrt{m}}, \quad 2a = \frac{e\ \mathrm{E}}{\mathrm{W}}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

On montre de plus facilement que la valeur moyenne de l'énergie cinétique de l'électron, prise sur une révolution entière, est égale à W. On voit que, si la valeur de W n'est pas donnée, il n'y aura pas de valeurs de ω et de a caractéristiques du système considéré.

Tenons compte maintenant, cependant, de l'effet du rayonnement d'énergie, calculé de la manière ordinaire à partir

de l'accélération de l'électron. Dans ce cas, l'électron ne décrira plus d'orbites stationnaires. W croîtra continûment, et l'électron s'approchera du noyau en décrivant des orbites de plus en plus petites et avec une fréquence de plus en plus grande ; l'électron gagne en moyenne de l'énergie cinétique en même temps que le système tout entier perd de l'énergie. Ce processus se poursuivra jusqu'à ce que les dimensions de l'orbite soient du même ordre de grandeur que celles de l'électron ou du noyau. Un calcul simple montre que l'énergie rayonnée au cours de ce processus sera énormément grande devant celle que rayonnent les processus moléculaires ordinaires.

Il est évident que le comportement d'un tel système sera très différent de celui d'un système atomique de la nature. En premier lieu, les atomes réels semblent avoir, dans leur état permanent, des dimensions et des fréquences absolument fixes. De plus, si l'on considère un processus moléculaire quelconque, le résultat semble toujours être qu'après le rayonnement d'une certaine quantité d'énergie caractéristique des systèmes en question, ceux-ci reviennent à un état d'équilibre stable, dans lequel les distances des particules sont du même ordre de grandeur qu'avant le processus.

Or le point essentiel de la théorie du rayonnement de Planck est que le rayonnement d'énergie d'un système atomique ne se fait pas de la manière continue supposée dans l'électrodynamique ordinaire, mais qu'il se fait au contraire par émissions nettement séparées, la quantité d'énergie rayonnée par un vibrateur atomique de fréquence ν en une seule émission étant égale à $\tau h\nu$, où τ est un nombre entier et h une constante universelle*.

Revenant au cas simple d'un électron et d'un noyau positif considéré plus haut, supposons qu'au début de l'interaction avec le noyau, l'électron se soit trouvé à une grande distance de celui-ci et n'ait pas eu de vitesse sensible par rapport à lui. Supposons en outre qu'après l'interaction l'électron se soit établi sur une orbite stationnaire autour du noyau. Pour des raisons dont il sera question plus loin, nous supposerons que l'orbite considérée est circulaire ; cette hypothèse ne changera d'ailleurs rien aux calculs pour les systèmes qui ne contiennent qu'un seul électron.

Supposons maintenant que, pendant la liaison de l'électron, il soit émis un rayonnement homogène de fréquence ν, égale à la moitié de la fréquence de révolution de l'électron sur

* Voir par exemple M. Planck, Ann. d. Phys. xxxi. p. 758 (1910) ; xxxvii. p. 642 (1912) ; Verh. deutsch. Phys. Ges. 1911, p. 138.

son orbite finale ; alors, d'après la théorie de Planck, on peut s'attendre à ce que la quantité d'énergie émise par le processus considéré soit égale à $\tau h\nu$, où h est la constante de Planck et τ un nombre entier. Si l'on suppose que le rayonnement émis est homogène, la seconde hypothèse, concernant la fréquence du rayonnement, se présente d'elle-même, puisque la fréquence de révolution de l'électron au début de l'émission est 0. La question de la validité rigoureuse de ces deux hypothèses, et aussi de l'application faite de la théorie de Planck, sera cependant discutée de plus près au § 3.

En posant

$$\mathrm{W} = \tau h \frac{\omega}{2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

on obtient à l'aide de la formule (1)

$$\mathrm{W} = \frac{2\pi^2 m e^2 \mathrm{E}^2}{\tau^2 h^2}, \quad \omega = \frac{4\pi^2 m e^2 \mathrm{E}^2}{\tau^3 h^3}, \quad 2a = \frac{\tau^2 h^2}{2\pi^2 m e\ \mathrm{E}}. \quad (3)$$

Si l'on donne à τ différentes valeurs dans ces expressions, on obtient une suite de valeurs de W, ω et a correspondant à une suite de configurations du système. D'après les considérations précédentes, nous sommes conduits à supposer que ces configurations correspondent à des états du système dans lesquels il n'y a pas de rayonnement d'énergie ; états qui, par conséquent, resteront stationnaires tant que le système ne sera pas troublé de l'extérieur. On voit que la valeur de W est la plus grande lorsque τ a sa plus petite valeur, 1. Ce cas correspondra donc à l'état le plus stable du système, c.-à-d. à la liaison de l'électron dont la rupture exige la plus grande quantité d'énergie.

En posant dans les expressions ci-dessus $\tau = 1$ et $\mathrm{E} = e$, et en introduisant les valeurs expérimentales

$$e = 4 \cdot 7.10^{-10}, \quad \frac{e}{m} = 5 \cdot 31.10^{17}, \quad h = 6 \cdot 5.10^{-27},$$

on obtient

$$2a = 1 \cdot 1.10^{-8}\ \text{cm}, \quad \omega = 6 \cdot 2.10^{15} \frac{1}{\text{sec}}, \quad \frac{\mathrm{W}}{e} = 13\ \text{volts}.$$

On voit que ces valeurs sont du même ordre de grandeur que les dimensions linéaires des atomes, les fréquences optiques et les potentiels d'ionisation.

L'importance générale de la théorie de Planck pour la discussion du comportement des systèmes atomiques a été si-

gnalée à l'origine par Einstein*. Les considérations d'Einstein ont été développées et appliquées à divers phénomènes, notamment par Stark, Nernst et Sommerfeld. L'accord en ordre de grandeur entre les valeurs observées des fréquences et des dimensions des atomes et les valeurs de ces grandeurs calculées par des considérations semblables à celles qui précèdent a fait l'objet de nombreuses discussions. Il a été signalé pour la première fois par Haas†, qui cherchait à expliquer le sens et la valeur de la constante de Planck, sur la base du modèle d'atome de J. J. Thomson, à l'aide des dimensions linéaires et de la fréquence d'un atome d'hydrogène.

Des systèmes du genre de ceux que considère ce mémoire, dans lesquels les forces entre les particules varient en raison inverse du carré de la distance, ont été étudiés en relation avec la théorie de Planck par J. W. Nicholson‡. Dans une série de mémoires, cet auteur a montré qu'il semble possible de rendre compte de raies d'origine jusqu'alors inconnue dans les spectres des nébuleuses et de la couronne solaire, en supposant la présence dans ces corps de certains éléments hypothétiques de constitution exactement définie. Les atomes de ces éléments sont supposés formés simplement d'un anneau de quelques électrons entourant un noyau positif de dimensions négligeables. Les rapports entre les fréquences des raies considérées sont comparés aux rapports entre les fréquences des différents modes de vibration de l'anneau d'électrons. Nicholson a obtenu une relation avec la théorie de Planck, en montrant que les rapports entre les longueurs d'onde de différents groupes de raies du spectre coronal s'expliquent avec une grande précision si l'on suppose que le rapport entre l'énergie du système et la fréquence de rotation de l'anneau est égal à un multiple entier de la constante de Planck. La grandeur que Nicholson appelle l'énergie est égale au double de celle que nous avons désignée plus haut par W. Dans le dernier mémoire cité, Nicholson a jugé nécessaire de donner à la théorie une forme plus compliquée, représentant toutefois

* A. Einstein, *Ann. d. Phys.* xvii. p. 132 (1905) ; xx. p. 199 (1906) ; xxii. p. 180 (1907).

† A. E. Haas, *Jahrb. d. Rad. u. El.* vii. p. 261 (1910). Voir en outre A. Schidlof, *Ann. d. Phys.* xxxv. p. 90 (1911) ; E. Wertheimer, *Phys. Zeitschr.* xii. p. 409 (1911), *Verh. deutsch. Phys. Ges.* 1912, p. 431 ; F. A. Lindemann, *Verh. deutsch. Phys. Ges.* 1911, pp. 482, 1107 ; F. Haber, *Verh. deutsch. Phys. Ges.* 1911, p. 1117.

‡ J. W. Nicholson, Month. Not. Roy. Astr. Soc. lxxii. pp. 49, 139, 677, 693, 729 (1912).

encore le rapport de l'énergie à la fréquence par une fonction simple de nombres entiers.

L'excellent accord entre les valeurs calculées et observées des rapports des longueurs d'onde dont il s'agit semble un fort argument en faveur de la validité des fondements des calculs de Nicholson. On peut cependant élever contre cette théorie des objections sérieuses. Ces objections sont étroitement liées au problème de l'homogénéité du rayonnement émis. Dans les calculs de Nicholson, la fréquence des raies d'un spectre de raies est identifiée à la fréquence de vibration d'un système mécanique dans un état d'équilibre nettement déterminé. Comme on utilise une relation tirée de la théorie de Planck, on pourrait s'attendre à ce que le rayonnement soit émis par quanta ; mais des systèmes comme ceux qui sont considérés, dans lesquels la fréquence est fonction de l'énergie, ne peuvent émettre une quantité finie d'un rayonnement homogène ; car, dès que l'émission du rayonnement commence, l'énergie et aussi la fréquence du système changent. De plus, d'après le calcul de Nicholson, les systèmes sont instables pour certains modes de vibration. Indépendamment de ces objections — qui ne sont peut-être que formelles (voir p. 23) —, il faut remarquer que la théorie, sous la forme donnée, ne semble pas pouvoir rendre compte des lois bien connues de Balmer et de Rydberg qui relient les fréquences des raies des spectres de raies des éléments ordinaires.

On va maintenant essayer de montrer que les difficultés en question disparaissent si l'on considère les problèmes du point de vue adopté dans ce mémoire. Avant d'aller plus loin, il peut être utile de rappeler brièvement les idées qui caractérisent les calculs de la p. 5. Les hypothèses principales employées sont :

(1) Que l'équilibre dynamique des systèmes dans les états stationnaires peut être discuté à l'aide de la mécanique ordinaire, tandis que le passage des systèmes d'un état stationnaire à un autre ne peut être traité sur cette base.

(2) Que ce dernier processus s'accompagne de l'émission d'un rayonnement homogène, pour lequel la relation entre la fréquence et la quantité d'énergie émise est celle que donne la théorie de Planck.

La première hypothèse semble s'imposer ; car on sait que la mécanique ordinaire ne peut avoir une validité absolue, mais ne vaut que pour le calcul de certaines valeurs moyennes du mouvement des électrons. D'autre part, dans le calcul de l'équilibre dynamique d'un état stationnaire où il n'y a pas de déplacement relatif des particules, nous n'avons pas à distinguer entre les mouvements réels et leurs valeurs moyennes. La

seconde hypothèse est en contradiction évidente avec les idées ordinaires de l'électrodynamique, mais paraît nécessaire pour rendre compte des faits expérimentaux.

Dans les calculs de la page 5, nous avons en outre fait usage d'hypothèses plus particulières, à savoir que les différents états stationnaires correspondent à l'émission d'un nombre différent de quanta d'énergie de Planck, et que la fréquence du rayonnement émis pendant le passage du système d'un état où aucune énergie n'a encore été rayonnée à l'un des états stationnaires est égale à la moitié de la fréquence de révolution de l'électron dans ce dernier état. Nous pouvons cependant (voir § 3) arriver aussi aux expressions (3) des états stationnaires en employant des hypothèses de forme un peu différente. Nous remettrons donc la discussion des hypothèses particulières, et montrerons d'abord comment, à l'aide des hypothèses principales ci-dessus et des expressions (3) des états stationnaires, nous pouvons rendre compte du spectre de raies de l'hydrogène.

§ 2. *Émission des spectres de raies.*

Spectre de l'hydrogène.—Tout semble indiquer qu'un atome d'hydrogène se compose simplement d'un seul électron tournant autour d'un noyau positif de charge e*. La reformation d'un atome d'hydrogène, après que l'électron a été éloigné à grande distance du noyau — par exemple par l'effet d'une décharge électrique dans un tube à vide —, correspondra donc à la liaison d'un électron par un noyau positif considérée p. 5. Si dans (3) nous posons $\mathrm{E} = e$, nous obtenons pour la quantité totale d'énergie rayonnée par la formation de l'un des états stationnaires

$$\mathrm{W}_\tau = \frac{2\pi^2 m e^4}{h^2 \tau^2}.$$

La quantité d'énergie émise par le passage du système d'un état correspondant à $\tau = \tau_1$ à un état correspondant à $\tau = \tau_2$ est par conséquent

$$\mathrm{W}_{\tau_2} - \mathrm{W}_{\tau_1} = \frac{2\pi^2 m e^4}{h^2}\left(\frac{1}{\tau_2^2} - \frac{1}{\tau_1^2}\right).$$

* Voir par exemple N. Bohr, Phil. Mag. xxv. p. 24 (1913). La conclusion tirée dans le mémoire cité est fortement appuyée par le fait que l'hydrogène, dans les expériences de Sir J. J. Thomson sur les rayons positifs, est le seul élément qui ne se présente jamais avec une charge positive correspondant à la perte de plus d'un électron (comp. Phil. Mag. xxiv. p. 672 (1912)).

Si nous supposons maintenant que le rayonnement en question est homogène, et que la quantité d'énergie émise est égale à $h\nu$, où ν est la fréquence du rayonnement, nous obtenons

$$W_{\tau_2} - W_{\tau_1} = h\nu,$$

et de là

$$\nu = \frac{2\pi^2 me^4}{h^3}\left(\frac{1}{\tau_2^2} - \frac{1}{\tau_1^2}\right). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

On voit que cette expression rend compte de la loi qui relie les raies du spectre de l'hydrogène. Si nous posons $\tau_2 = 2$ et faisons varier τ_1, nous obtenons la série de Balmer ordinaire. Si nous posons $\tau_2 = 3$, nous obtenons la série de l'ultra-rouge observée par Paschen* et soupçonnée auparavant par Ritz. Si nous posons $\tau_2 = 1$ et $\tau_2 = 4, 5, ...$, nous obtenons des séries situées respectivement dans l'ultra-violet extrême et l'ultra-rouge extrême, qui ne sont pas observées, mais dont on peut attendre l'existence.

L'accord en question est quantitatif aussi bien que qualitatif. En posant

$$e = 4 \cdot 7.10^{-10}, \quad \frac{e}{m} = 5 \cdot 31.10^{17} \quad \text{et} \quad h = 6 \cdot 5.10^{-27},$$

on obtient

$$\frac{2\pi^2 me^4}{h^3} = 3 \cdot 1.10^{15}.$$

La valeur observée du facteur placé devant la parenthèse dans la formule (4) est

$$3 \cdot 290.10^{15}.$$

L'accord entre les valeurs théorique et observée est dans les limites de l'incertitude due aux erreurs expérimentales sur les constantes qui entrent dans l'expression de la valeur théorique. Nous reviendrons au § 3 sur l'importance que peut avoir cet accord.

On peut remarquer que le fait qu'on n'ait pu observer plus de 12 raies de la série de Balmer dans les expériences avec des tubes à vide, alors qu'on en observe 33 dans les spectres de certains corps célestes, est exactement ce que l'on doit attendre de la théorie précédente. D'après l'équation (3), le diamètre de l'orbite de l'électron dans les différents états stationnaires est proportionnel à τ^2. Pour $\tau = 12$, le

* F. Paschen, *Ann. d. Phys.* xxvii. p. 565 (1908).

diamètre est égal à $1 \cdot 6 \ . \ 10^{-6}$ cm, soit à la distance moyenne des molécules d'un gaz sous une pression d'environ 7 mm de mercure ; pour $\tau = 33$, le diamètre est égal à $1 \cdot 2 \ . \ 10^{-5}$ cm, ce qui correspond à la distance moyenne des molécules sous une pression d'environ $0 \cdot 02$ mm de mercure. D'après la théorie, la condition nécessaire à l'apparition d'un grand nombre de raies est donc une très faible densité du gaz ; car, pour obtenir en même temps une intensité suffisante pour l'observation, l'espace rempli par le gaz doit être très grand. Si la théorie est juste, nous ne pouvons donc jamais espérer observer, dans des expériences avec des tubes à vide, les raies qui correspondent aux numéros élevés de la série de Balmer du spectre d'émission de l'hydrogène ; il serait cependant possible d'observer ces raies en étudiant le spectre d'absorption de ce gaz (voir § 4).

On remarquera que nous n'obtenons pas, de la manière précédente, d'autres séries de raies généralement attribuées à l'hydrogène ; par exemple la série observée pour la première fois par Pickering* dans le spectre de l'étoile ζ Puppis, et l'ensemble de séries trouvé récemment par Fowler† dans des expériences avec des tubes à vide contenant un mélange d'hydrogène et d'hélium. Nous verrons cependant que, à l'aide de la théorie précédente, nous pouvons rendre compte naturellement de ces séries de raies si nous les attribuons à l'hélium.

Un atome neutre de ce dernier élément se compose, d'après la théorie de Rutherford, d'un noyau positif de charge $2e$ et de deux électrons. Considérant maintenant la liaison d'un seul électron par un noyau d'hélium, nous obtenons, en posant $\mathrm{E} = 2e$ dans les expressions (3) de la page 5 et en procédant exactement comme plus haut,

$$\nu = \frac{8\pi^2 m e^4}{h^3}\left(\frac{1}{\tau_2^2} - \frac{1}{\tau_1^2}\right) = \frac{2\pi^2 m e^4}{h^3}\left(\frac{1}{\left(\frac{\tau_2}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{\tau_1}{2}\right)^2}\right).$$

Si dans cette formule nous posons $\tau_2 = 1$ ou $\tau_2 = 2$, nous obtenons des séries de raies dans l'ultra-violet extrême. Si nous posons $\tau_2 = 3$ et faisons varier τ_1, nous obtenons une série qui comprend 2 des séries observées par Fowler, et désignées par lui comme la première et la deuxième série principale du spectre de l'hydrogène. Si nous posons $\tau_2 = 4$, nous obtenons la série observée par Pickering dans le spectre de ζ Puppis. Une raie sur deux de cette série est identique à une raie de la série de Balmer du spectre de l'hydrogène ; la présence d'hydrogène dans l'étoile en question peut donc

* E. C. Pickering, Astrophys. J. iv. p. 369 (1896) ; v. p. 92 (1897).
† A. Fowler, Month. Not. Roy. Astr. Soc. lxxiii. déc. 1912.

expliquer que ces raies soient plus intenses que les autres raies de la série. La série est aussi observée dans les expériences de Fowler, et désignée dans son mémoire comme la série nette du spectre de l'hydrogène. Si enfin nous posons dans la formule ci-dessus $\tau_2 = 5, 6, ...$, nous obtenons des séries dont on peut attendre les raies intenses dans l'ultra-rouge.

La raison pour laquelle le spectre considéré n'est pas observé dans les tubes à hélium ordinaires peut être que, dans de tels tubes, l'ionisation de l'hélium n'est pas aussi complète que dans l'étoile considérée ou dans les expériences de Fowler, où une forte décharge traversait un mélange d'hydrogène et d'hélium. La condition d'apparition du spectre est, d'après la théorie précédente, que des atomes d'hélium soient présents dans un état où ils ont perdu leurs deux électrons. Or nous devons supposer que la quantité d'énergie nécessaire pour arracher le second électron d'un atome d'hélium est beaucoup plus grande que celle qui est nécessaire pour arracher le premier. On sait en outre, par les expériences sur les rayons positifs, que les atomes d'hydrogène peuvent acquérir une charge négative ; la présence d'hydrogène dans les expériences de Fowler peut donc faire que plus d'électrons soient arrachés à certains des atomes d'hélium que ce ne serait le cas si l'hélium était seul présent.

Spectres d'autres substances.—Dans le cas de systèmes contenant plus d'électrons, nous devons — conformément au résultat des expériences — nous attendre à des lois plus compliquées pour les spectres de raies que celles qui ont été considérées. Je vais essayer de montrer que le point de vue adopté plus haut permet, en tout cas, une certaine compréhension des lois observées.

D'après la théorie de Rydberg — avec la généralisation donnée par Ritz* —, la fréquence qui correspond aux raies du spectre d'un élément peut s'exprimer par

$$\nu = \mathrm{F}_r(\tau_1) - \mathrm{F}_s(\tau_2),$$

où τ_1 et τ_2 sont des nombres entiers, et $\mathrm{F}_1, \mathrm{F}_2, \mathrm{F}_3, ...$ des fonctions de τ à peu près égales à $\dfrac{\mathrm{K}}{(\tau + a_1)^2}$, $\dfrac{\mathrm{K}}{(\tau + a_2)^2}$, ... K est une constante universelle, égale au facteur placé devant la parenthèse dans la formule (4) du spectre de l'hydrogène. Les différentes séries apparaissent si l'on donne à τ_1 ou à τ_2 une valeur fixe et qu'on fait varier l'autre.

* W. Ritz, *Phys. Zeitschr.* ix. p. 521 (1908).

Le fait que la fréquence puisse s'écrire comme la différence de deux fonctions de nombres entiers suggère, pour les raies des spectres en question, une origine semblable à celle que nous avons supposée pour l'hydrogène ; c.-à-d. que les raies correspondent à un rayonnement émis pendant le passage du système entre deux états stationnaires différents. Pour des systèmes contenant plus d'un électron, la discussion détaillée peut être très compliquée, car il y aura de nombreuses configurations différentes des électrons que l'on peut considérer comme des états stationnaires. Cela pourrait expliquer les différents ensembles de séries des spectres de raies émis par les substances en question. Je me bornerai ici à montrer comment, à l'aide de la théorie, on peut expliquer simplement que la constante K de la formule de Rydberg soit la même pour toutes les substances.

Supposons que le spectre considéré corresponde au rayonnement émis pendant la liaison d'un électron ; et supposons en outre que le système qui comprend l'électron considéré soit neutre. La force qui s'exerce sur l'électron, lorsqu'il est à grande distance du noyau et des électrons déjà liés, sera très voisine de celle du cas précédent de la liaison d'un électron par un noyau d'hydrogène. L'énergie qui correspond à l'un des états stationnaires sera donc, pour τ grand, très voisine de celle que donne l'expression (3) de la p. 5, si l'on y pose $\mathrm{E} = e$. Pour τ grand, nous obtenons donc

$$\lim(\tau^2.\mathrm{F}_1(\tau)) = \lim(\tau^2.\mathrm{F}_2(\tau)) = ... = \frac{2\pi^2 me^4}{h^3},$$

conformément à la théorie de Rydberg.

§ 3. *Considérations générales (suite).*

Revenons maintenant à la discussion (voir p. 7) des hypothèses particulières employées pour déduire les expressions (3) de la p. 5 pour les états stationnaires d'un système formé d'un électron tournant autour d'un noyau.

D'une part, nous avons supposé que les différents états stationnaires correspondent à l'émission d'un nombre différent de quanta d'énergie. Pour des systèmes dans lesquels la fréquence est fonction de l'énergie, cette hypothèse peut cependant être jugée improbable ; car, dès qu'un quantum est émis, la fréquence change. Nous allons voir que nous pouvons abandonner cette hypothèse tout en conservant l'équation (2) de la p. 5, et par là l'analogie formelle avec la théorie de Planck.

On remarquera d'abord qu'il n'a pas été nécessaire, pour rendre compte de la loi des spectres à l'aide des expressions

(3) des états stationnaires, de supposer que, dans aucun cas, un rayonnement soit émis qui corresponde à plus d'un seul quantum d'énergie, $h\nu$. On peut obtenir d'autres renseignements sur la fréquence du rayonnement en comparant les calculs du rayonnement d'énergie dans la région des vibrations lentes, fondés sur les hypothèses précédentes, avec les calculs fondés sur la mécanique ordinaire. On sait que les calculs faits sur cette dernière base sont d'accord avec les expériences sur le rayonnement d'énergie dans cette région.

Supposons que le rapport entre la quantité totale d'énergie émise et la fréquence de révolution de l'électron soit donné, pour les différents états stationnaires, par l'équation $\mathrm{W} = f(\tau).h\omega$, au lieu de l'équation (2). En procédant comme plus haut, nous obtenons dans ce cas, au lieu de (3),

$$\mathrm{W} = \frac{\pi^2 me^2\mathrm{E}^2}{2h^2 f^2(\tau)}, \quad \omega = \frac{\pi^2 me^2\mathrm{E}^2}{2h^3 f^3(\tau)}.$$

En supposant comme plus haut que la quantité d'énergie émise pendant le passage du système d'un état correspondant à $\tau = \tau_1$ à un état pour lequel $\tau = \tau_2$ est égale à $h\nu$, nous obtenons, au lieu de (4),

$$\nu = \frac{\pi^2 me^2\mathrm{E}^2}{2h^3}\left(\frac{1}{f^2(\tau_2)} - \frac{1}{f^2(\tau_1)}\right).$$

On voit que, pour obtenir une expression de même forme que la série de Balmer, nous devons poser $f(\tau) = c\tau$.

Pour déterminer c, considérons maintenant le passage du système entre deux états stationnaires successifs correspondant à $\tau = \mathrm{N}$ et $\tau = \mathrm{N} - 1$; en introduisant $f(\tau) = c\tau$, nous obtenons pour la fréquence du rayonnement émis

$$\nu = \frac{\pi^2 me^2\mathrm{E}^2}{2c^2h^3}.\frac{2\ \mathrm{N} - 1}{\mathrm{N}^2(\mathrm{N}-1)^2}.$$

Pour la fréquence de révolution de l'électron avant et après l'émission, nous avons

$$\omega_{\mathrm{N}} = \frac{\pi^2 me^2\mathrm{E}^2}{2c^3h^3\mathrm{N}^3} \quad \text{et} \quad \omega_{\mathrm{N}-1} = \frac{\pi^2 me^2\mathrm{E}^2}{2c^3h^3(\mathrm{N}-1)^3}.$$

Si N est grand, le rapport entre les fréquences avant et après l'émission sera très voisin de 1 ; et, d'après l'électrodynamique ordinaire, nous devrions donc nous attendre à ce que le rapport entre la fréquence du rayonnement et la fréquence de révolution soit lui aussi très voisin de 1. Cette condition ne sera remplie que si $c = \frac{1}{2}$. En posant $f(\tau) = \frac{\tau}{2}$, nous retrou-

vons cependant l'équation (2) et, par conséquent, l'expression (3) des états stationnaires.

Si nous considérons le passage du système entre deux états correspondant à $\tau = \mathrm{N}$ et $\tau = \mathrm{N} - n$, où n est petit devant N, nous obtenons, avec la même approximation que plus haut et en posant $f(\tau) = \frac{\tau}{2}$,

$$\nu = n\omega.$$

La possibilité de l'émission d'un rayonnement d'une telle fréquence peut aussi s'interpréter par analogie avec l'électrodynamique ordinaire, puisqu'un électron tournant autour d'un noyau sur une orbite elliptique émettra un rayonnement qui, d'après le théorème de Fourier, peut se décomposer en composantes homogènes de fréquences $n\omega$, si ω est la fréquence de révolution de l'électron.

Nous sommes ainsi conduits à supposer que l'interprétation de l'équation (2) n'est pas que les différents états stationnaires correspondent à l'émission de nombres différents de quanta d'énergie, mais que la fréquence de l'énergie émise pendant le passage du système d'un état où aucune énergie n'a encore été rayonnée à l'un des différents états stationnaires est égale à différents multiples de $\frac{\omega}{2}$, où ω est la fréquence de révolution de l'électron dans l'état considéré. De cette hypothèse nous tirons exactement les mêmes expressions qu'auparavant pour les états stationnaires, et de celles-ci, à l'aide des hypothèses principales de la p. 7, la même expression de la loi du spectre de l'hydrogène. Nous pouvons donc ne regarder nos considérations préliminaires de la p. 5 que comme une forme simple de présentation des résultats de la théorie.

Avant de quitter cette question, revenons un instant sur la signification de l'accord entre les valeurs observée et calculée de la constante qui entre dans l'expression (4) de la série de Balmer du spectre de l'hydrogène. Il résulte des considérations précédentes que, si l'on prend pour point de départ la forme de la loi du spectre de l'hydrogène et qu'on suppose que les différentes raies correspondent à un rayonnement homogène émis pendant le passage entre différents états stationnaires, on arrivera exactement à la même expression de la constante en question que celle que donne (4), à condition seulement de supposer (1) que le rayonnement est émis par quanta $h\nu$, et (2) que la fréquence du rayonnement émis pendant le passage du système entre des états stationnaires successifs coïncide avec la fréquence de révolution de l'électron dans la région des vibrations lentes.

Comme toutes les hypothèses employées dans cette dernière manière de présenter la théorie ont ce que l'on peut appeler un caractère qualitatif, nous sommes en droit d'attendre — si toute la manière de voir est saine — un accord absolu entre les valeurs calculée et observée de la constante en question, et non pas seulement un accord approché. La formule (4) peut donc être utile dans la discussion des résultats des déterminations expérimentales des constantes e, m et h.

Bien qu'il ne puisse évidemment être question d'un fondement mécanique des calculs donnés dans ce mémoire, il est cependant possible de donner une interprétation très simple du résultat du calcul de la p. 5 à l'aide de symboles empruntés à la mécanique ordinaire. En désignant par M le moment cinétique de l'électron autour du noyau, nous avons immédiatement, pour une orbite circulaire, $\pi\,\mathrm{M} = \frac{\mathrm{T}}{\omega}$, où ω est la fréquence de révolution et T l'énergie cinétique de l'électron ; pour une orbite circulaire, nous avons en outre $\mathrm{T} = \mathrm{W}$ (voir p. 3), et de (2), p. 5, nous tirons par conséquent

$$\mathrm{M} = \tau \mathrm{M}_0,$$

où

$$\mathrm{M}_0 = \frac{h}{2\pi} = 1 \cdot 04 \times 10^{-27}.$$

Si donc nous supposons que l'orbite de l'électron dans les états stationnaires est circulaire, le résultat du calcul de la p. 5 peut s'exprimer par la condition simple : le moment cinétique de l'électron autour du noyau, dans un état stationnaire du système, est égal à un multiple entier d'une valeur universelle, indépendante de la charge du noyau. L'importance possible du moment cinétique dans la discussion des systèmes atomiques, en relation avec la théorie de Planck, est soulignée par Nicholson*.

Nous n'observons le grand nombre des différents états stationnaires qu'en étudiant l'émission et l'absorption du rayonnement. Dans la plupart des autres phénomènes physiques, en revanche, nous n'observons les atomes de la matière que dans un seul état bien défini, c.-à-d. l'état des atomes à basse température. Les considérations qui précèdent nous conduisent immédiatement à supposer que l'état « permanent » est celui des états stationnaires pendant la formation duquel la plus grande quantité d'énergie est émise. D'après l'équation (3) de la p. 5, cet état est celui qui correspond à $\tau = 1$.

* J. W. Nicholson, *loc. cit.* p. 679.

§ 4. *Absorption du rayonnement.*

Pour rendre compte de la loi de Kirchhoff, il est nécessaire d'introduire, sur le mécanisme de l'absorption du rayonnement, des hypothèses qui correspondent à celles que nous avons employées pour l'émission. Nous devons donc supposer qu'un système formé d'un noyau et d'un électron tournant autour de lui peut, dans certaines conditions, absorber un rayonnement de fréquence égale à celle du rayonnement homogène émis pendant le passage du système entre différents états stationnaires. Considérons le rayonnement émis pendant le passage du système entre deux états stationnaires A_1 et A_2, correspondant à des valeurs de τ égales à τ_1 et τ_2, avec $\tau_1 > \tau_2$. Comme la condition nécessaire à l'émission du rayonnement en question était la présence de systèmes dans l'état A_1, nous devons supposer que la condition nécessaire à l'absorption de ce rayonnement est la présence de systèmes dans l'état A_2.

Ces considérations semblent conformes aux expériences sur l'absorption dans les gaz. Dans l'hydrogène gazeux, dans les conditions ordinaires par exemple, il n'y a pas d'absorption d'un rayonnement de fréquence correspondant au spectre de raies de ce gaz ; une telle absorption n'est observée que dans l'hydrogène lumineux. C'est ce à quoi nous devions nous attendre d'après ce qui précède. Nous avons supposé p. 9 que le rayonnement en question était émis pendant le passage des systèmes entre des états stationnaires correspondant à $\tau \geqslant 2$. L'état des atomes dans l'hydrogène gazeux dans les conditions ordinaires devrait cependant correspondre à $\tau = 1$; de plus, les atomes d'hydrogène, dans les conditions ordinaires, se combinent en molécules, c.-à-d. en systèmes dans lesquels les électrons ont des fréquences différentes de celles des atomes (voir partie III). Du fait que certaines substances non lumineuses, comme la vapeur de sodium par exemple, absorbent un rayonnement qui correspond à des raies de leur spectre de raies, nous pouvons d'autre part conclure que les raies en question sont émises pendant le passage du système entre deux états dont l'un est l'état permanent.

Combien les considérations précédentes diffèrent d'une interprétation fondée sur l'électrodynamique ordinaire, c'est ce que montre peut-être le plus clairement le fait que nous avons été obligés de supposer qu'un système d'électrons absorbe un rayonnement de fréquence différente de la fréquence de vibration des électrons calculée de la manière ordinaire. Il peut être intéressant, à ce propos, de mentionner une généralisation des considérations auxquelles conduisent les expériences sur l'effet

photoélectrique, et qui pourrait éclairer quelque peu le problème. Considérons un état du système dans lequel l'électron est libre, c.-à-d. dans lequel l'électron possède une énergie cinétique suffisante pour s'éloigner à des distances infinies du noyau. Si nous supposons que le mouvement de l'électron est régi par la mécanique ordinaire et qu'il n'y a pas de rayonnement d'énergie (sensible), l'énergie totale du système — comme dans les états stationnaires considérés plus haut — sera constante. De plus, il y aura une parfaite continuité entre les deux sortes d'états, puisque la différence de fréquence et de dimensions des systèmes dans des états stationnaires successifs diminuera sans limite si τ augmente. Dans les considérations qui suivent, nous appellerons pour abréger les deux sortes d'états en question des états « mécaniques » ; cette dénomination souligne seulement l'hypothèse que le mouvement de l'électron, dans les deux cas, peut être décrit par la mécanique ordinaire.

En poursuivant l'analogie entre les deux sortes d'états mécaniques, nous pourrions maintenant nous attendre à la possibilité d'une absorption de rayonnement correspondant non seulement au passage du système entre deux états stationnaires différents, mais aussi au passage entre l'un des états stationnaires et un état dans lequel l'électron est libre ; et, comme plus haut, nous pourrions nous attendre à ce que la fréquence de ce rayonnement soit déterminée par l'équation $\mathrm{E} = h\nu$, où E est la différence entre les énergies totales du système dans les deux états. Comme on le verra, une telle absorption de rayonnement est précisément ce que l'on observe dans les expériences sur l'ionisation par la lumière ultra-violette et par les rayons de Röntgen. Nous obtenons évidemment de cette manière, pour l'énergie cinétique d'un électron arraché à un atome par effet photoélectrique, la même expression que celle qu'a déduite Einstein*, c.-à-d. $\mathrm{T} = h\nu - \mathrm{W}$, où T est l'énergie cinétique de l'électron arraché et W la quantité totale d'énergie émise pendant la liaison initiale de l'électron.

Les considérations précédentes peuvent en outre rendre compte du résultat de certaines expériences de R. W. Wood† sur l'absorption de la lumière par la vapeur de sodium. Dans ces expériences, on observe une absorption correspondant à un très grand nombre de raies de la série principale du spectre du sodium, et en outre une absorption continue qui commence à la tête de la série et s'étend jusqu'à l'ultra-

* A. Einstein, *Ann. d. Phys.* xvii. p. 146 (1905).
† R. W. Wood, Physical Optics, p. 513 (1911).

violet extrême. C'est exactement ce que nous devions attendre de l'analogie en question et, comme nous allons le voir, un examen plus attentif des expériences précédentes nous permet de pousser l'analogie plus loin. Comme on l'a dit p. 9, les rayons des orbites des électrons seront, pour les états stationnaires correspondant à de grandes valeurs de τ, très grands devant les dimensions atomiques ordinaires. Ce fait a servi à expliquer l'absence, dans les expériences avec des tubes à vide, des raies correspondant aux numéros élevés de la série de Balmer du spectre de l'hydrogène. Cela s'accorde aussi avec les expériences sur le spectre d'émission du sodium ; dans la série principale du spectre d'émission de cette substance, on n'observe que d'assez rares raies. Or, dans les expériences de Wood, la pression n'était pas très basse, et les états correspondant à de grandes valeurs de τ ne pouvaient donc pas apparaître ; pourtant, on a décelé environ 50 raies dans le spectre d'absorption. Dans ces expériences, nous observons donc une absorption de rayonnement qui ne s'accompagne pas d'une transition complète entre deux états stationnaires différents. D'après la présente théorie, nous devons supposer que cette absorption est suivie d'une émission d'énergie, pendant laquelle les systèmes reviennent à l'état stationnaire initial. S'il n'y a pas de collisions entre les différents systèmes, cette énergie sera émise sous forme d'un rayonnement de même fréquence que celui qui a été absorbé, et il n'y aura pas de véritable absorption, mais seulement une diffusion du rayonnement primitif ; il n'y aura de véritable absorption que si l'énergie en question est transformée, par des collisions, en énergie cinétique de particules libres. Par analogie, nous pouvons maintenant conclure des expériences précédentes qu'un électron lié — même dans les cas où il n'y a pas d'ionisation — aura une influence absorbante (diffusante) sur un rayonnement homogène dès que la fréquence du rayonnement sera supérieure à W/h, où W est la quantité totale d'énergie émise pendant la liaison de l'électron. Ce serait un argument très favorable à une théorie de l'absorption comme celle qui est esquissée plus haut, car il ne saurait être question, dans un tel cas, d'une coïncidence entre la fréquence du rayonnement et une fréquence de vibration caractéristique de l'électron. On voit de plus que l'hypothèse selon laquelle il y aura absorption (diffusion) de tout rayonnement correspondant à une transition entre deux états mécaniques différents est en parfaite analogie avec l'hypothèse généralement admise qu'un électron libre a une influence absorbante (diffusante) sur une lumière de fréquence quelconque. Des considérations correspondantes vaudront pour l'émission du rayonnement.

Par analogie avec l'hypothèse employée dans ce mémoire, selon laquelle l'émission des spectres de raies est due à la reformation des atomes après qu'un ou plusieurs des électrons faiblement liés ont été arrachés, nous pouvons supposer que le rayonnement de Röntgen homogène est émis pendant le rétablissement des systèmes après le départ de l'un des électrons fortement liés, par exemple sous le choc de particules cathodiques*. Dans la prochaine partie de ce mémoire, consacrée à la constitution des atomes, nous examinerons la question de plus près et essaierons de montrer qu'un calcul fondé sur cette hypothèse est en accord quantitatif avec les résultats des expériences ; nous mentionnerons seulement ici brièvement un problème que l'on rencontre dans un tel calcul.

Les expériences sur les phénomènes des rayons X suggèrent que non seulement l'émission et l'absorption du rayonnement ne peuvent être traitées à l'aide de l'électrodynamique ordinaire, mais pas même le résultat d'une collision entre deux électrons dont l'un est lié dans un atome. C'est ce que montrent peut-être le plus clairement des calculs très instructifs sur l'énergie des particules β émises par les substances radioactives, publiés récemment par Rutherford†. Ces calculs suggèrent fortement qu'un électron de grande vitesse, en traversant un atome et en entrant en collision avec les électrons liés, perd de l'énergie par quanta finis distincts. Comme on le voit immédiatement, c'est très différent de ce que nous pourrions attendre si le résultat des collisions était régi par les lois mécaniques usuelles. On pouvait d'ailleurs prévoir l'échec de la mécanique classique dans un tel problème, du fait de l'absence de toute équipartition de l'énergie cinétique entre les électrons libres et les électrons liés dans les atomes. Du point de vue des états « mécaniques », nous voyons cependant que l'hypothèse suivante — qui s'accorde avec l'analogie précédente — pourrait rendre compte du résultat du calcul de Rutherford et de l'absence d'équipartition de l'énergie cinétique : deux électrons qui entrent en collision, liés ou libres, seront, après la collision comme avant, dans des états mécaniques. Évidemment, l'introduction d'une telle hypothèse n'obligerait à aucune modification du traitement classique d'une collision entre deux particules libres. Mais, pour une collision entre un électron libre et un électron lié, il s'ensuivrait que l'électron lié ne pourrait acquérir par la collision une quantité d'énergie inférieure à la différence d'énergie qui correspond à des états

* Comparer J. J. Thomson, Phil. Mag. xxiii. p. 456 (1912).
† E. Rutherford, Phil. Mag. xxiv. pp. 453 & 893 (1912).

stationnaires successifs, et par conséquent que l'électron libre qui le heurte ne pourrait pas perdre une quantité moindre.

Il n'est pas besoin de souligner le caractère préliminaire et hypothétique des considérations précédentes. L'intention, cependant, a été de montrer que la généralisation esquissée de la théorie des états stationnaires pourrait fournir une base simple pour représenter un certain nombre de faits expérimentaux que l'électrodynamique ordinaire ne peut expliquer, et que les hypothèses employées ne semblent pas incompatibles avec les expériences sur des phénomènes dont la dynamique classique et la théorie ondulatoire de la lumière ont donné une explication satisfaisante.

§ 5. *L'état permanent d'un système atomique.*

Revenons maintenant à l'objet principal de ce mémoire : la discussion de l'état « permanent » d'un système formé de noyaux et d'électrons liés. Pour un système formé d'un noyau et d'un électron tournant autour de lui, cet état est, d'après ce qui précède, déterminé par la condition que le moment cinétique de l'électron autour du noyau soit égal à $\frac{h}{2\pi}$.

D'après la théorie de ce mémoire, le seul atome neutre qui contienne un seul électron est l'atome d'hydrogène. L'état permanent de cet atome devrait correspondre aux valeurs de a et de ω calculées p. 5. Malheureusement, nous connaissons très mal le comportement des atomes d'hydrogène, à cause de la faible dissociation des molécules d'hydrogène aux températures ordinaires. Pour obtenir une comparaison plus étroite avec l'expérience, il est nécessaire de considérer des systèmes plus compliqués.

Si l'on considère des systèmes dans lesquels plusieurs électrons sont liés par un noyau positif, une configuration des électrons qui se présente comme état permanent est celle dans laquelle les électrons sont disposés en anneau autour du noyau. Dans la discussion de ce problème sur la base de l'électrodynamique ordinaire, nous rencontrons — indépendamment de la question du rayonnement d'énergie — de nouvelles difficultés, dues à la question de la stabilité de l'anneau. Laissant de côté pour un moment cette dernière difficulté, nous considérerons d'abord les dimensions et la fréquence des systèmes en relation avec la théorie du rayonnement de Planck.

Considérons un anneau formé de n électrons tournant autour d'un noyau de charge E, les électrons étant disposés à intervalles angulaires égaux sur la circonférence d'un cercle de rayon a.

L'énergie potentielle totale du système formé des électrons et du noyau est

$$\mathrm{P} = -\frac{ne}{a}(\mathrm{E} - es_n),$$

où

$$s_n = \frac{1}{4}\sum_{s=1}^{s=n-1} \operatorname{cosec}\frac{s\pi}{n}.$$

Pour la force radiale exercée sur un électron par le noyau et les autres électrons, nous obtenons

$$\mathrm{F} = -\frac{1}{n}\frac{d\ \mathrm{P}}{da} = -\frac{e}{a^2}(\mathrm{E} - es_n).$$

En désignant par T l'énergie cinétique d'un électron et en négligeant les forces électromagnétiques dues au mouvement des électrons (voir partie II), nous obtenons, en égalant la force centrifuge qui s'exerce sur un électron à la force radiale,

$$\frac{2\ \mathrm{T}}{a} = \frac{e}{a^2}(\mathrm{E} - es_n),$$

ou

$$\mathrm{T} = \frac{e}{2a}(\mathrm{E} - es_n).$$

De là nous tirons pour la fréquence de révolution

$$\omega = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{e(\mathrm{E} - es_n)}{ma^3}}.$$

La quantité totale d'énergie W qu'il faut fournir au système pour éloigner les électrons à des distances infinies du noyau et les uns des autres est

$$\mathrm{W} = -\ \mathrm{P} - n\ \mathrm{T} = \frac{ne}{2a}(\mathrm{E} - es_n) = n\ \mathrm{T},$$

égale à l'énergie cinétique totale des électrons.

On voit que la seule différence entre les formules précédentes et celles qui valent pour le mouvement d'un seul électron sur une orbite circulaire autour d'un noyau est le remplacement de E par $\mathrm{E} - es_n$. On voit aussi immédiatement qu'au mouvement d'un électron sur une orbite elliptique autour d'un noyau correspondra un mouvement des n électrons dans lequel chacun tourne sur une orbite elliptique ayant le noyau pour foyer, les n électrons se trouvant à chaque instant à intervalles angulaires égaux sur un cercle centré sur le noyau. Le grand axe et la fréquence de l'orbite de chaque électron seront, pour

ce mouvement, donnés par les expressions (1) de la p. 3 si l'on remplace E par $\mathrm{E} - es_n$ et W par $\frac{\mathrm{W}}{n}$. Supposons maintenant que le système de n électrons tournant en anneau autour d'un noyau se forme de manière analogue à celle que nous avons supposée pour un seul électron tournant autour d'un noyau. On supposera donc que les électrons, avant leur liaison par le noyau, étaient à grande distance de celui-ci et n'avaient pas de vitesse sensible, et aussi que pendant la liaison un rayonnement homogène est émis. Comme dans le cas d'un seul électron, la quantité totale d'énergie émise pendant la formation du système est ici égale à l'énergie cinétique finale des électrons. Si nous supposons maintenant que, pendant la formation du système, les électrons se trouvent à chaque instant à intervalles angulaires égaux sur la circonférence d'un cercle centré sur le noyau, l'analogie avec les considérations de la p. 5 nous conduit ici à supposer l'existence d'une suite de configurations stationnaires dans lesquelles l'énergie cinétique par électron est égale à $\tau h \frac{\omega}{2}$, où τ est un nombre entier, h la constante de Planck et ω la fréquence de révolution. La configuration dans laquelle la plus grande quantité d'énergie est émise est, comme auparavant, celle pour laquelle $\tau = 1$. Nous supposerons que cette configuration est l'état permanent du système si, dans cet état, les électrons sont disposés en un seul anneau. Comme dans le cas d'un seul électron, nous trouvons que le moment cinétique de chacun des électrons est égal à $\frac{h}{2\pi}$. On peut remarquer qu'au lieu de considérer les électrons isolément, nous aurions pu considérer l'anneau comme un tout. Cela conduirait d'ailleurs au même résultat, car dans ce cas la fréquence de révolution ω sera remplacée par la fréquence $n\omega$ du rayonnement de l'anneau entier, calculée d'après l'électrodynamique ordinaire, et T par l'énergie cinétique totale n T.

Il peut y avoir beaucoup d'autres états stationnaires correspondant à d'autres manières de former le système. L'hypothèse de l'existence de tels états semble nécessaire pour rendre compte des spectres de raies des systèmes contenant plus d'un électron (p. 11) ; elle est aussi suggérée par la théorie de Nicholson mentionnée p. 6, sur laquelle nous reviendrons dans un instant. La considération des spectres ne donne cependant, autant que je puisse voir, aucune indication de l'existence d'états stationnaires dans lesquels tous les électrons sont disposés en anneau et qui correspondent à de plus grandes valeurs de l'énergie totale émise que celui que nous avons supposé plus haut être l'état permanent.

De plus, il peut exister des configurations stationnaires d'un système de n électrons et d'un noyau de charge E dans lesquelles les électrons ne sont pas tous disposés en un seul anneau. La question de l'existence de telles configurations stationnaires n'est cependant pas essentielle pour notre détermination de l'état permanent, tant que nous supposons que, dans cet état du système, les électrons sont disposés en un seul anneau. Les systèmes correspondant à des configurations plus compliquées seront discutés p. 24.

En utilisant la relation $\mathrm{T} = h\frac{\omega}{2}$, nous obtenons, à l'aide des expressions précédentes de T et de ω, des valeurs de a et de ω correspondant à l'état permanent du système, qui ne diffèrent de celles que donnent les équations (3) de la p. 5 que par le remplacement de E par $\mathrm{E} - es_n$.

La question de la stabilité d'un anneau d'électrons tournant autour d'une charge positive est discutée de manière très détaillée par Sir J. J. Thomson*. Une adaptation de l'analyse de Thomson au cas considéré ici, d'un anneau tournant autour d'un noyau de dimensions linéaires négligeables, est donnée par Nicholson†. L'étude de ce problème se divise naturellement en deux parties : l'une concerne la stabilité pour des déplacements des électrons dans le plan de l'anneau ; l'autre, les déplacements perpendiculaires à ce plan. Comme le montrent les calculs de Nicholson, la réponse à la question de la stabilité diffère beaucoup dans les deux cas. Tandis que l'anneau est en général stable pour ces derniers déplacements si le nombre d'électrons n'est pas grand, l'anneau n'est dans aucun des cas considérés par Nicholson stable pour les déplacements du premier genre.

Toutefois, du point de vue adopté dans ce mémoire, la question de la stabilité pour des déplacements des électrons dans le plan de l'anneau est très intimement liée à la question du mécanisme de la liaison des électrons et, comme cette dernière, ne peut être traitée sur la base de la dynamique ordinaire. L'hypothèse dont nous ferons usage dans la suite est que la stabilité d'un anneau d'électrons tournant autour d'un noyau est assurée par la condition précédente de constance universelle du moment cinétique, jointe à la condition supplémentaire que la configuration des particules soit celle dont la formation émet la plus grande quantité d'énergie. Comme on le montrera, cette hypothèse équivaut, pour la question de la stabilité vis-à-vis d'un déplacement des électrons perpendicu-

* *Loc. cit.*
† *Loc. cit.*

laire au plan de l'anneau, à celle qu'on emploie dans les calculs mécaniques ordinaires.

Revenant à la théorie de Nicholson sur l'origine des raies observées dans le spectre de la couronne solaire, nous allons voir maintenant que les difficultés mentionnées p. 7 ne sont peut-être que formelles. En premier lieu, du point de vue considéré plus haut, l'objection tirée de l'instabilité des systèmes pour des déplacements des électrons dans le plan de l'anneau peut ne pas être fondée. De plus, l'objection relative à l'émission du rayonnement par quanta ne concernera pas les calculs en question si nous supposons que, dans le spectre coronal, nous n'avons pas affaire à une véritable émission, mais seulement à une diffusion de rayonnement. Cette hypothèse semble probable si l'on considère les conditions qui règnent dans le corps céleste en question ; car, à cause de l'énorme raréfaction de la matière, il peut y avoir relativement peu de collisions pour troubler les états stationnaires et provoquer une véritable émission de lumière correspondant à la transition entre différents états stationnaires ; d'autre part, il y aura dans la couronne solaire un éclairement intense par une lumière de toutes fréquences, qui pourra exciter les vibrations propres des systèmes dans les différents états stationnaires. Si l'hypothèse précédente est juste, nous comprenons immédiatement la forme tout à fait différente des lois qui relient les raies discutées par Nicholson et de celles qui relient les spectres de raies ordinaires considérés dans ce mémoire.

En passant à des systèmes de constitution plus compliquée, nous ferons usage du théorème suivant, qui se démontre très simplement :—

« *Dans tout système formé d'électrons et de noyaux positifs, dans lequel les noyaux sont au repos et les électrons se meuvent sur des orbites circulaires avec une vitesse petite devant celle de la lumière, l'énergie cinétique sera numériquement égale à la moitié de l'énergie potentielle.* »

À l'aide de ce théorème, nous trouvons — comme dans les cas précédents d'un seul électron ou d'un anneau tournant autour d'un noyau — que la quantité totale d'énergie émise par la formation des systèmes, à partir d'une configuration dans laquelle les distances des particules sont infiniment grandes et dans laquelle les particules n'ont pas de vitesses les unes par rapport aux autres, est égale à l'énergie cinétique des électrons dans la configuration finale.

Par analogie avec le cas d'un seul anneau, nous sommes conduits ici à supposer qu'à toute configuration d'équilibre correspond une suite de configurations stationnaires du système, géométriquement semblables, dans lesquelles l'énergie

cinétique de chaque électron est égale à la fréquence de révolution multipliée par $\frac{\tau}{2}h$, où τ est un nombre entier et h la constante de Planck. Dans toute suite de configurations stationnaires de ce genre, celle qui correspond à la plus grande quantité d'énergie émise sera celle pour laquelle τ est égal à 1 pour chaque électron. Considérant que le rapport de l'énergie cinétique à la fréquence, pour une particule tournant sur une orbite circulaire, est égal à π fois le moment cinétique autour du centre de l'orbite, nous sommes donc conduits à la généralisation simple suivante des hypothèses mentionnées pp. 15 et 22.

« *Dans tout système moléculaire formé de noyaux positifs et d'électrons, dans lequel les noyaux sont au repos les uns par rapport aux autres et les électrons se meuvent sur des orbites circulaires, le moment cinétique de chaque électron autour du centre de son orbite sera, dans l'état permanent du système, égal à* $\frac{h}{2\pi}$, *où* h *est la constante de Planck**. »

Par analogie avec les considérations de la p. 23, nous supposerons qu'une configuration qui satisfait à cette condition est stable si l'énergie totale du système est inférieure à celle de toute configuration voisine qui satisfait à la même condition sur le moment cinétique des électrons.

Comme on l'a dit dans l'introduction, l'hypothèse précédente servira, dans une communication ultérieure, de base à une théorie de la constitution des atomes et des molécules. On montrera qu'elle conduit à des résultats qui semblent conformes aux expériences sur un certain nombre de phénomènes différents.

On a cherché le fondement de cette hypothèse uniquement dans sa relation avec la théorie du rayonnement de Planck ; à l'aide de considérations données plus loin, on essaiera d'éclairer davantage ce fondement d'un autre point de vue.

5 avril 1913.

* Dans les considérations qui conduisent à cette hypothèse, nous avons supposé que la vitesse des électrons est petite devant celle de la lumière. Les limites de validité de cette hypothèse seront discutées dans la partie II.